



El cero como operador liminal

Zero as a liminal operator

Andrés E. Vergara Ross

Centro de Estudios Generales, Universidad de los Andes, Chile

aevergara@uandes.cl

<http://orcid.org/0000-0002-1193-6336>

DOI <https://doi.org/10.48204/2805-1815.11497>

INFORMACIÓN DEL ARTÍCULO	ABSTRACT/RESUMEN
Recibido el: 14/08/2026 Aceptado el: 15/09/2026 Keywords: Zero, liminal operator, logicism, mathematical structuralism, set theory Palabras clave: Cero, operador liminal, logicismo, estructuralismo matemático, teoría de conjuntos	Abstract This article argues that zero cannot be understood as an element of the number system. Zero is its liminal operator, the internal condition that grants the system positive determination without being a determination itself. The aim is to show that the three dominant traditions in the philosophy of number, logicism, set theory, and structuralism, fail to assimilate zero to their available categories. Each one reproduces, at the formal level, the same aporia. Every definition of zero presupposes a resource that zero itself makes possible. The study proceeds through formal analysis of the Peano axioms, category theory, non-standard analysis, and Gödelian coding, and it draws on recent work on absence perception, referential indeterminacy, and incompleteness. The aporia is not contingent. It recurs across independent frameworks, and that recurrence makes it structural. The category of <i>nihil activum</i> names the ontological status of zero, a trans-systemic function instantiated in diverse ways. Every sufficiently complex system requires a liminal operator that marks its own constitutive void. Resumen El cero no es simplemente un elemento del sistema numérico, sino el límite interno que permite al sistema determinarse. Este trabajo sostiene que las tres principales tradiciones de la filosofía del número, el logicismo, el conjuntismo y el estructuralismo, encuentran una misma dificultad al intentar definirlo. En cada caso, la definición del cero presupone aquello que pretende explicar. El

análisis examina los axiomas de Peano, la teoría de categorías, el análisis no estándar y la codificación <i>gödeliana</i> , junto con trabajos recientes sobre la percepción de la ausencia, la indeterminación referencial y la incompletitud. La recurrencia de esta dificultad en marcos independientes sugiere que no se trata de un defecto de una definición particular, sino de un rasgo propio del cero. El concepto de <i>nihil activum</i> designa precisamente este estatuto, el de una nada que opera y funda sin ser fundada. La tesis final es que todo sistema suficientemente complejo requiere una instancia de este tipo.
--

Introducción

¿Cuántas manzanas hay en el canasto? La pregunta supone que hay algo que contar, es decir, que podemos poner en correspondencia los objetos con los números. Contar es, por tanto, una operación activa. Nadie cuenta lo que no espera encontrar. Solo tiene sentido decir que no hay ninguna cuando esperábamos que hubiera alguna. El cero no surge entonces del conteo, sino de su fracaso. No describe simplemente un estado de cosas, sino la ausencia de aquello que esperábamos encontrar.

Si el cero no surge del conteo, su incorporación a la aritmética no fue un hallazgo, sino una decisión. A partir de ella apareció un número con un comportamiento singular en las operaciones básicas. Al sumar, no cambia la cantidad; al multiplicar, la anula; al dividir, la operación deja de estar definida. Esta última propiedad es la más extraña, porque mientras las otras dos producen un resultado, la división por cero no produce ninguno.

Ese comportamiento sugiere que el cero no es un número más. La tesis de este trabajo va un poco más lejos. El cero hace posible el sistema de los números sin ser simplemente un elemento más de él. ¿Qué es entonces? Es el operador liminal del sistema, aquello que se encuentra en su umbral y permite articularlo. Para entenderlo con precisión, es necesario revisar las categorías con las que la filosofía ha pensado tradicionalmente el número.

La filosofía del número ha seguido principalmente tres caminos. El logicismo define el cero como el número correspondiente a un concepto bajo el cual no cae ningún objeto (Frege, 2016). El conjuntismo lo identifica con el conjunto vacío y lo toma como punto de partida de la jerarquía de los conjuntos (Kunen, 2011). El estructuralismo, por su parte, lo entiende como la primera posición de una estructura, sin identificarlo con ningún objeto particular (Shapiro, 1997).

Las tres tradiciones son rigurosas y cada una capta un aspecto importante del problema. Sin embargo, todas tropiezan con una misma aporía. Para definir el cero necesitan

apoyarse en algo previo que, de algún modo, ya lo supone. La tesis de este trabajo es que esta aporía del cero no depende de una formulación particular, sino que pertenece al cero mismo. Para nombrar esta dificultad propongo la categoría de *nihil activum*, la nada que opera.

Algunos trabajos recientes han abordado aspectos de esta aporía. Rotman (1993) sostiene que el cero señala la ausencia de los otros signos y, por ello, opera sobre el sistema de notación como un signo de segundo orden o metasigno. Barton (2019), por su parte, examina su relación con la percepción de la ausencia. Ninguno de estos enfoques, sin embargo, da el paso siguiente, que consiste en preguntar qué es el cero.

Este artículo no pretende repetir la historia del símbolo, que ya ha sido ampliamente estudiada. Su interés está en examinar cómo funciona el cero dentro de distintos sistemas formales. El enfoque es, por tanto, formal y no solo conceptual. No se trata de discutir la nada en abstracto, sino de seguir la manera en que el cero queda definido en cuatro marcos precisos, los axiomas de Peano, la teoría de categorías, el análisis no estándar y la codificación gödeliana. En los cuatro aparece una misma estructura.

Conviene distinguir desde el comienzo entre vacío, nada y cero (Barton, 2019). El vacío es una propiedad de una colección que no contiene elementos; la nada es la ausencia sin más; y el cero es el número que expresa la cardinalidad de una colección vacía. El cero no designa simplemente la ausencia de una cantidad, sino que permite expresarla.

Para sostener esta propuesta, el argumento se articula en seis momentos. El primero muestra por qué el cero no se deja reducir a las categorías habituales. El segundo examina las tres estrategias formales y la aporía que comparten. El tercero desarrolla el *nihil activum* a partir de tres casos, el límite, la incompletitud y la física teórica. El cuarto sitúa el problema en la historia de la metafísica. El quinto responde las objeciones y el sexto extrae las consecuencias.

El problema de la irreductibilidad del cero

Los axiomas de Peano postulan el cero como un elemento de los naturales.

$$(PA1) \ 0 \in \mathbb{N}$$

Y lo distinguen de todos los demás mediante otro axioma:

$$(PA3) \ \forall n \in \mathbb{N}, S(n) \neq 0$$

De acuerdo con este axioma, el cero no es el sucesor de ningún número natural. La operación que genera la serie no lo alcanza. Todo número distinto de cero es primero respecto de algo, porque es el sucesor de su predecesor. El cero es primero en sentido absoluto. No hay nada de lo que sea sucesor (Landau, 1951; Hellman & Shapiro, 2019).

Ese rasgo formal no es un accidente axiomático. La serie de los naturales se produce mediante la función sucesor, y dado cualquier número, su sucesor es otro número. Pero el primer elemento queda fuera de ese procedimiento. Es el origen que la serie no puede producir desde sí misma. El cero no está al inicio por convención histórica. Es el operador liminal del sistema, aquello que lo hace posible sin quedar del todo subsumido en él. En cada marco formal donde el cero se define, la definición apela a una estructura que el cero mismo sostiene.

El cero es auto fundante en el modo de la autorreferencia negativa. Su definición presupone aquello de lo que es condición de posibilidad.

Tres estrategias formales y sus aporías internas

La filosofía del número ofrece diversas respuestas formales a la pregunta por el cero. Cada una parte de un recurso distinto, un concepto, un conjunto o una estructura. Todas son rigurosas y funcionan dentro de su marco. Con todo, tropiezan con el mismo muro: al definir el cero, terminan usando algo que el propio cero hace posible. En las secciones siguiente, se examina cada una y se saca a la luz ese muro compartido.

El logicismo y la clase vacía

Para Frege (2016), los números no son propiedades de objetos sino propiedades de conceptos. El número de un concepto se determina por cuántos objetos caen bajo él. La definición formal es la siguiente.

$$Nf[\Phi(x)] =_{df} \text{el número de objetos } x \text{ que caen bajo el concepto } \Phi$$

Sobre esta base, el cero se define como el número que corresponde al concepto no idéntico a sí mismo:

$$0 =_{df} Nf[x \neq x]$$

Ningún objeto cae bajo ese concepto, pues todo objeto es idéntico a sí mismo. La extensión de ese concepto es la clase vacía. El número que le corresponde es cero. La definición es lógicamente correcta.

Pero entraña una paradoja. El concepto empleado viola el principio de identidad, que es la ley lógica más elemental. La clase vacía de la que el cero es el número se obtiene negando el principio que rige la lógica clásica. El cero nace de una transgresión formal del fundamento de la lógica.

La función sucesor agrava el problema. El número uno se define como el número de los objetos idénticos a cero, lo que exige que el cero ya esté disponible como objeto determinado. Su existencia depende, a su vez, de la definición que lo introduce. La cláusula de unicidad que el logicismo necesita para derivar el uno presupone el concepto que pretende definir (Goldstein, 2002). Dummett (1991a) mostró que la dificultad es interna a la reconstrucción fregeana, y el neologicismo contemporáneo la hereda sin resolverla (Walsh, 2014).

Para evitar la paradoja del barbero (la clase de todas las clases que no se contienen a sí mismas), Russell & Whitehead (1963) reformularon el logicismo. En los *Principia*, el cero es redefinido como la clase de las clases vacías.

$$0 =_{df} \{\alpha: \forall x(x \notin \alpha)\}$$

Pero la clase vacía existe porque el sistema la postula, no porque la lógica la produzca. El axioma que afirma su existencia dice precisamente lo que parecía requerir demostración. El cero deja de ser un resultado y pasa a ser una decisión ontológica (Grattan-Guinness, 2000).

El conjuntismo y el punto de partida axiomático

En la teoría de conjuntos, el cero se identifica con el conjunto vacío y ocupa una posición singular. El axioma de extensionalidad garantiza que sea único. Su existencia, en cambio, la asegura un axioma que la afirma sin derivarla. Ocupa el nivel más bajo de la jerarquía acumulativa (Kunen, 2011; Hallett, 1984).

$$V_0 = \emptyset,$$

$$V_{\alpha+1} = \mathcal{P}(V_\alpha),$$

~ 15 ~



$$V_\lambda = \bigcup_{\alpha < \lambda} V_\alpha \text{ (para } \lambda \text{ ordinal límite)}$$

El conjunto vacío pertenece a todos los niveles a partir del primero. Más aún, está incluido en todo conjunto, porque la condición de inclusión se satisface de manera vacía. El conjunto vacío está a la vez en todas partes y en ninguna. Su estar en todo es consecuencia de su no tener nada (Maddy, 1990).

Algo semejante ocurre en la epistemología del número. La literatura reciente ha mostrado que el cero posee una naturaleza dual (Barton, 2019). Es un cardinal homogéneo con los demás, una propiedad de tamaño instanciada por las colecciones vacías. Pero su cognición es de otro tipo. Se accede al cero como percepción de ausencia, un desajuste entre la proyección de numerosidad positiva y el mundo. Identificar el cero con el conjunto vacío desplaza el problema sin resolverlo. Explicar cómo conocemos el conjunto vacío es tan difícil como explicar cómo conocemos el cero.

Badiou (1999) convirtió la paradoja en el núcleo de su ontología. Su tesis afirma que la ontología es la teoría de conjuntos, y que el ser en cuanto ser es el conjunto vacío, el múltiple puro que subyace a toda situación sin ser capturado en ninguna. La propuesta es sugerente, pero exige una identificación que no puede darse por sentada. La teoría de conjuntos es solo una entre varias formas de axiomatizar la matemática. Además, el objeto inicial de la teoría de topos cumple una función semejante a la del cero sin recurrir a ninguna noción de vacío, pues se define únicamente por sus morfismos (Awodey, 2010; McLarty, 1992):

$$0 \text{ es el objeto inicial de } C \Leftrightarrow \forall A \in Ob(C), \exists! f: 0 \rightarrow A$$

El objeto inicial no es único en sentido estricto, sino solo salvo isomorfismo. Y ese isomorfismo es único. Entre dos objetos iniciales no puede haber más de uno. Esto muestra que el cero categórico no es una entidad fija, sino una clase determinada por la función que cumple dentro de la categoría. No importa qué objeto sea en particular, sino las relaciones que mantiene con los demás objetos (Mac Lane & Moerdijk, 1992; Lawvere & Schanuel, 2009). Desde él parte exactamente un morfismo hacia cada objeto de la categoría, y eso basta para caracterizarlo. A diferencia del cero conjuntista, el cero categórico no tiene una

naturaleza propia independiente del marco en que aparece. Lo que permanece constante es su función. El cero es, así, el origen que el sistema no puede producir desde sí mismo.

El estructuralismo y la posición vacía

Si los números son conjuntos, hay dos candidatos igualmente válidos. En la progresión de von Neumann, cada número es el conjunto de sus predecesores ($n + 1 = n \cup \{n\}$).

$$0 = \emptyset,$$

$$1 = \{0\} = \{\emptyset\},$$

$$2 = \{0,1\} = \{\emptyset, \{\emptyset\}\},$$

$$3 = \{0,1,2\} = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}$$

En la construcción de Zermelo (1908), cada número es el conjunto unitario del anterior ($n + 1 = \{n\}$):

$$0 = \emptyset,$$

$$1 = \{0\} = \{\emptyset\},$$

$$2 = \{1\} = \{\{\emptyset\}\},$$

$$3 = \{2\} = \{\{\{\emptyset\}\}\}$$

Ambas construcciones satisfacen los axiomas de Peano, aunque difieren en propiedades como la pertenencia. En una, el uno pertenece al tres; en la otra, no. Esto muestra que las propiedades que dependen de la pertenencia conjuntista pertenecen a la representación elegida, no a los números mismos (Benacerraf, 1965). Shapiro (1997) lleva esta idea un paso más allá. El cero no es el conjunto vacío ni ningún otro objeto particular, sino el lugar que ocupa el primer término en cualquier secuencia que tenga la misma estructura que los números naturales (Parsons, 2008; Linnebo, 2017).

El precio de esa solución aparece enseguida. Si lo único que individúa al cero es el lugar que ocupa, ese lugar tiene que ser único. El problema es que no siempre lo es. En los números complejos, las dos raíces de menos uno son estructuralmente indiscernibles, y ningún término singular puede señalar a cuál de las dos se refiere (Boccuni, 2019). Fijar la

estructura hasta el isomorfismo tampoco alcanza, porque las posiciones equivalentes siguen siendo indistinguibles entre sí (Button y Walsh, 2016).

Esa dificultad es semántica y afecta a la referencia. Hay otra que afecta a la existencia. Si el cero es una posición en la estructura, la estructura debe existir para que haya un lugar que ocupar. Pero la estructura incluye al cero como elemento inicial, de modo que cada una necesita a la otra para estar constituida. La circularidad se deja formular con precisión. Toda definición del cero que pretenda ser completa desde el interior del sistema cae en una de dos ramas: por un lado, si apela a un concepto del sistema, presupone que el sistema ya está constituido, cuando el cero es su condición de posibilidad; por el otro, si apela a un recurso exterior, el cero no queda definido sino postulado, y la definición es una decisión sin fundamento. En ambos casos, la definición no captura el cero sin presuponer lo que el cero hace posible.

Esta es la aporía constitutiva del cero. Su definición requiere siempre un suplemento que el propio cero funda.

El nihil activum como operador liminal

Las tres estrategias fracasan por una misma razón: ninguna categoría disponible sirve para pensar el cero, porque todas suponen determinación positiva, y el cero no la tiene. Este apartado propone otra categoría, el *nihil activum*, la nada que opera. Primero, muestra por qué las categorías usuales no alcanzan, luego rastrea esa función en tres terrenos: el límite del cálculo, la incompletitud de Gödel y las leyes de la física. En los tres, el cero cumple el mismo papel de umbral. Veamos:

La insuficiencia de las categorías disponibles

La aporía constitutiva no es un fracaso contingente. Es el síntoma de una inadecuación categorial. Las categorías disponibles para pensar el cero, objeto, clase y posición son categorías de la determinación positiva. El cero no tiene determinación positiva propia. Kant (2005) articuló cuatro categorías de nada en la *Crítica de la razón pura*. El cero no encaja en ninguna: no es un concepto sin objeto, pues tiene un objeto, al menos formal; no es un objeto vacío de concepto, pues su concepto está determinado; no es un concepto autocontradictorio, pues es consistente; tampoco es una mera privación, pues el cero como número no es la simple falta de magnitud sino una propiedad positiva instanciada por colecciones vacías

(Rivera de Rosales, 2011). El cero es algo que Kant no previó, una entidad cuya función es positiva, hacer posible el sistema, pero cuya determinación es negativa, carecer de propiedades positivas propias.

Investigación reciente muestra, sin embargo, que el propio Kant disponía de recursos que su tabla de la nada no explicita (Sutherland, 2017). En las *anticipaciones de la percepción*, Kant define la magnitud intensiva por aproximación a la negación, y describe la síntesis de una sensación desde la intuición pura igual a cero. El cero es aquí el punto en que lo real de la sensación se desvanece, la frontera entre realidad y negación. En el ensayo sobre magnitudes negativas, Kant (2010) distingue la oposición lógica de la oposición real, en que dos fuerzas opuestas se anulan dando cero. Ese cero no es nada absoluta sino el estado de equilibrio de fuerzas reales (Zinkin, 2012; Vermeiren, 2021). El cero funciona, así, como concepto límite entre la realidad y la negación, condición formal del sistema de magnitudes (Llorente Cardo, 2018).

El *nihil activum* designa ese estatuto. Un objeto lo es cuando carece de determinación propia, cuando hace posible la determinación de un sistema, y cuando los elementos de ese sistema dependen de él para quedar determinados.

El cero satisface las tres condiciones siguientes: (i) no tiene propiedades aritméticas propias; (ii) como sumando no altera, como multiplicando anula, como denominador produce el colapso, sus propiedades son de operación, no intrínsecas; y (iii) sin él, no hay notación posicional, porque no se distingue uno de diez ni diez de cien. Y los números positivos son lo que son en su diferencia con el cero. El uno es su sucesor inmediato, y la aritmética entera se construye sobre una línea que lo tiene como origen.

El cero como límite interno

La función liminal del cero en el cálculo diferencial es el caso más claro del *nihil activum*. La definición de límite tiene la forma siguiente:

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L \Leftrightarrow \forall \varepsilon > 0, \exists \delta > 0 : (0 < |x - a| < \delta \Rightarrow |f(x) - L| < \varepsilon)$$

Esta definición opera sobre el cero en dos sentidos simultáneos y aparentemente contradictorios (Grabiner, 1981). La condición de proximidad excluye el cero, pues el límite se define cuando la variable se acerca al punto sin igualarlo. Pero el objetivo del proceso es

que la distancia entre la función y su valor tienda a cero. El cero es a la vez el punto que el proceso excluye y aquello hacia lo cual tiende. Es el umbral que lo organiza sin ser alcanzado.

Berkeley (2013) objetó las cantidades evanescentes del cálculo con precisión filosófica (Guicciardini, 1999). El diferencial debía ser a la vez distinto de cero, para que el cociente fuera posible, e igual a cero, para que el resultado fuera exacto. Berkeley lo llamó el fantasma de una cantidad que expira. La solución de Cauchy suprimió el infinitesimal, resolvió el problema técnico a costa de la intuición filosófica. El *nihil activum* que el infinitesimal expresaba fue sustituido por un proceso de aproximación que mantiene el cero como meta inalcanzable.

Sin embargo, Robinson (1974) mostró que la intuición *leibniziana* era recuperable. En el campo no estándar existen infinitesimales positivos menores que todo inverso de un número natural:

$$0 < \varepsilon < \frac{1}{n} \forall n \in \mathbb{N}_{\text{estándar}}$$

Estos infinitesimales son distintos de cero, pero su parte estándar es cero. La derivada se redefine como la parte estándar de un cociente de incrementos infinitesimales (Dauben, 1995):

$$f'(a) = st\left(\frac{f(a + \varepsilon) - f(a)}{\varepsilon}\right)$$

En el análisis no estándar, el cero está rodeado de una constelación de “cuasiceros” distintos de él, pero infinitamente próximos. El *nihil activum* se multiplica, el umbral no queda localizado en ningún objeto particular, y distintos objetos pueden instanciarlo en distintos marcos. Algo semejante ocurre con los polos de las funciones meromorfas, donde el cero del denominador organiza el comportamiento local sin pertenecer al dominio regular (Ahlfors, 1979).

El cero como autorreferencia negativa

El teorema de incompletitud de Gödel provee el argumento más fuerte a favor del *nihil activum* (Gödel, 1986). La gödelización asigna números naturales a los símbolos y fórmulas del sistema. La proposición gödeliana afirma su propia no demostrabilidad:

$$G \leftrightarrow \neg Dem(\ulcorner G \urcorner)$$

Si el sistema es consistente, esa proposición es verdadera pero no demostrable. La función que verifica si una secuencia es una demostración devuelve cero o uno. El cero es el valor de retorno del fracaso. La demostración que no existe queda representada por el cero en la función característica de la demostrabilidad (Kleene, 1952). La consistencia de una teoría se formula como la no demostrabilidad de la contradicción canónica, la igualdad de cero y uno.

$$\text{Con}(T) := \neg \text{Prov}_T(\ulcorner 0 = 1 \urcorner)$$

El cero codifica a la vez la falsedad aritmética y la ausencia de demostración. Es la nada del sistema formal, duplicada.

El teorema de Löb introduce una precisión importante: si un sistema demuestra que una fórmula es demostrable dentro de él, entonces la fórmula misma tiene que ser demostrable. La confianza del sistema en su propio aparato de demostración no es, por tanto, gratuita. Solo puede atribuirse como demostrado aquello que ya puede demostrar.

$$\vdash (\Box \varphi \rightarrow \varphi) \Rightarrow \vdash \varphi$$

La proposición gödeliana afirma, en cierto sentido, que su propia demostrabilidad es cero. Su verdad depende precisamente de que no pueda ser demostrada dentro del sistema. Además, el segundo teorema de incompletitud tiene un carácter intensional, pues su formulación depende de la numeración elegida, del predicado de demostrabilidad y de la fórmula que expresa la consistencia del sistema (Cheng, 2021; Franzén, 2005). El cero no aparece aquí como un dato absoluto, sino como un papel que la estructura de codificación le asigna. Es en este punto donde el *nihil activum* se hace visible. El sistema representa aquello que no puede demostrar y, al hacerlo, encuentra un límite que no puede superar.

Esta función de umbral se vuelve aún más clara en el ámbito algorítmico. Los números computables forman un conjunto de medida cero en el intervalo unidad (Chaitin, 2007). Esto significa que, con probabilidad uno, un número real elegido al azar es incomputable. Lo que una axiomatización finita puede alcanzar es, en este sentido, una excepción, y ese cero expresa el límite de su alcance. En topología aparece algo parecido con los conjuntos de primera categoría, que son uniones numerables de conjuntos cerrados sin interior, mientras

que los conjuntos residuales representan el comportamiento típico (Baire, 1899; Oxtoby, 1980).

El cero en la física teórica

Toda ley de conservación puede entenderse como una condición de anulación; el teorema de Noether muestra por qué, al establecer que toda simetría continua de la acción da lugar a una cantidad conservada (Noether, 1918; Kosmann-Schwarzbach, 2011). Algo parecido ocurre con las ecuaciones fundamentales de la física teórica, que suelen expresar que la acción de un operador diferencial sobre un campo es igual a cero. La ecuación de Maxwell en el vacío, la de Dirac y la de Einstein en el vacío comparten esta estructura (Jackson, 1999; Dirac, 1990; Misner et al., 2017):

$$\square A_\mu = 0 \text{ (Maxwell en el vacío)}$$

$$(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi = 0 \text{ (Dirac)}$$

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R = 0 \text{ (Einstein en el vacío)}$$

En los tres casos, la ley física fundamental se expresa como una condición de anulación. La condición de gauge elimina la redundancia y permite identificar el representante adecuado.

$$\partial^\mu A_\mu = 0$$

El cero expresa aquí la condición que debe cumplir un campo para estar físicamente bien definido (Liu, 1996). Un campo satisface las leyes cuando el operador diferencial correspondiente lo lleva a cero. Su existencia física queda así determinada por una anulación.

El problema de la energía del vacío muestra de manera especialmente clara esta función. Los campos cuánticos fluctúan incluso a temperatura cero, y esas fluctuaciones tienen energía no nula. La energía del vacío es cero cuando la ecuación de estado del vacío respeta la invariancia relativista (Ryskin, 2020). No se trata, por tanto, de una simple elección de escala, sino de una condición que impone la física (Volovik, 2006). Los ceros de la función de onda cumplen una función distinta, pero responden a una lógica semejante. En mecánica cuántica, una probabilidad cero no significa que un resultado sea muy improbable, sino que

es imposible. Ese cero marca así el límite de lo que puede ocurrir (Hemmo & Shenker, 2013; Cohen-Tannoudji et al., 1977).

Las dos formas del cero como *nihil activum* que aparecen en la lógica y en la física no se contradicen. Son dos expresiones de una misma función liminal. En la lógica formal, el cero señala la ausencia de demostración dentro del sistema; en la física teórica, señala la condición que debe cumplir un estado físico. En ambos casos, el cero marca un límite. No describe un contenido, sino que determina qué puede hacer el sistema y qué queda fuera de sus posibilidades. La diferencia entre la ausencia lógica y la presencia física se vuelve así menos profunda de lo que parece. En lógica, el cero delimita lo demostrable; en física, lo físicamente posible.

El nihil activum y la historia de la metafísica

La cuestión del vacío y del no-ser recorre la metafísica desde sus orígenes (Aristóteles, 1995). El *nihil activum* tiene en ella una prehistoria conceptual. Su formulación aparece, paradójicamente, allí donde se intenta excluir aquello que el cero hace pensable. La interdicción parmenídea del no-ser constituye la expresión más rigurosa de un marco ontológico en el que el cero resulta, en principio, imposible (Parménides, 2007). El argumento adopta la forma de una *reductio*. Si hay no-ser, entonces el no-ser puede ser pensado. Pero pensar supone una relación con aquello que es. Por tanto, lo pensado es. De este modo, si el no-ser puede ser pensado, debe ser algo, y deja precisamente por ello de ser no-ser. No queda así lugar para un no-ser genuino. El cero, en cambio, nombra la ausencia de cantidad. Desde la perspectiva parmenídea, sería, por tanto, un nombre sin referente posible, pues cualquier referente que se le atribuyera convertiría esa ausencia en algo (Meinong, 2008; Priest, 2016).

Platón (2000) dio el primer paso en el *Sofista*. Al distinguir el no-ser absoluto del no-ser relativo, abre un espacio lógico en que el cero puede habitar. Pero la solución no alcanza. El no-ser relativo platónico es siempre el no-ser de algo determinado. El cero no es la ausencia de ninguna cantidad particular. Es la ausencia de cantidad en general. No es lo otro de ninguna determinación particular sino lo otro de la determinación como tal.

La tradición de la teología negativa elaboró un vocabulario para pensar lo que excede toda determinación positiva, guarda una analogía estructural, no sustancial, con el *nihil activum*. La divinidad plotiniana excede el ser en lugar de carecer de él (Plotino, 2005; O'Meara, 1993). Del Uno no puede predicarse ni el ser ni el no-ser en sentido ordinario. Eckhart va más allá y escribe que Dios es nada (Eckhart, 2014). La nada divina es superabundancia y no una privación; es decir, Dios no tiene determinación porque excede toda determinación (McGinn, 2005). La misma estructura aparece, desde otro flanco, en el signo cero de la lingüística estructural, donde una posición sin materia fónica organiza el sistema desde un lugar vacío (Diehl, 2008).

La analogía con el *nihil activum* es, pues, estructural. En todos los casos, lo que hace operativo al cero es su función de umbral y no su contenido. La convergencia con las tradiciones asiáticas es también estructural, pues en el budismo y el daoísmo el vacío no es la negación de la realidad sino su condición de posibilidad (Ni, 2007). Sin embargo, la diferencia con el *nihil activum* del cero es igualmente importante: la nada teológica excede la determinación hacia arriba, mientras que el *nihil activum* del cero carece de determinación propia. Por cierto, la analogía podría parecer un equívoco, pues un operador formal y una realidad suprema no tienen sustancia en común, tampoco lo pretenden, comparten el papel de umbral, lo que es una función y no un contenido.

Precisiones y objeciones

Una objeción se impone: el conjunto vacío ya formaliza la nada que opera: $\emptyset$ existe, es único, está incluido en todo conjunto. El *nihil activum* sería $\emptyset$ con vocabulario más oscuro, pero el conjunto vacío es un objeto perfectamente determinado dentro de ZF: tiene cardinalidad 0, conjunto potencia $\{\emptyset\}$ e inclusión universal. Esas son propiedades positivas, propiedades dentro del sistema.

El *nihil activum*, en cambio, es la caracterización del rol funcional que el cero desempeña en cualquier sistema formal que lo contenga. No es el conjunto vacío, sino la función que el conjunto vacío instancia en la teoría de conjuntos, que el objeto inicial instancia en la teoría de categorías, y que el infinitesimal de parte estándar nula instancia en el análisis no estándar. El *nihil activum* describe la función transistémica del primer elemento inasequible desde el interior del sistema que lo requiere. El holismo semántico apunta en la

misma dirección, pues el significado del cero depende de su papel en la red de inferencias del sistema, y esa red cambia de un sistema formal a otro (Dummett, 1991b).

Una objeción más fuerte sostiene que la aporía es solo un efecto del lenguaje y no una propiedad del cero. Desde este punto de vista, bastaría con estipular la existencia del cero para disolver el círculo, igual que se estipula cualquier axioma.

La respuesta distingue dos cosas: (i) estipular la existencia del cero es legítimo como acto formal, pero la estipulación no explica por qué el cero es, en todo sistema, el elemento que la estipulación no puede evitar: la necesidad de un acto de postulación en el punto de origen no es contingente, la necesidad de postularlo en el punto de partida se repite de un marco a otro, y esa recurrencia es precisamente lo que el *nihil activum* intenta describir; la objeción, en suma, identifica el síntoma con la solución. (ii) Una segunda precisión viene de la semiótica: Rotman (1993) argumentó que el cero es un metasigno, un signo de segundo orden que no refiere a ningún objeto del dominio de los objetos numerables, sino al acto mismo de significar números (Derrida, 2000).

La distinción relevante viene de Peirce (1974): el cero es un símbolo en sentido técnico, convencional y no icónico, pero un símbolo cuyo objeto es la ausencia de objeto, lo que lo convierte en un caso límite de la tricotomía semiótica; hay, además, isomorfías entre el cero en la aritmética, el papel moneda en la economía y el punto de fuga en la perspectiva renacentista (Edgerton, 2009). Los tres son signos cuya función no es referir a un objeto del sistema sino organizar el sistema desde fuera de él. Si la posición vacía fuera también una posición del sistema, se necesitaría una posición vacía de la posición vacía. La regresión es infinita. El *nihil activum* detiene la regresión marcando la posición vacía sin ser una posición.

Consecuencias ontológicas

Si todo sistema suficientemente complejo requiere un operador liminal que no puede ser capturado por las categorías del sistema, la ontología misma requiere una categoría análoga. El ser en cuanto ser no puede pensarse con las categorías de ningún ente determinado; esta conclusión converge con la diferencia ontológica de Heidegger (2003).

La convergencia no es identidad. El *nihil activum* del cero es una categoría formal precisa, articulada con argumentos matemáticos; la diferencia ontológica opera en el nivel de la existencia y no admite formalización. Lo que la elaboración del *nihil activum* aporta es la

posibilidad de una versión formal de esa diferencia. La diferencia entre el operador liminal y los elementos del sistema es el análogo matemático de la diferencia entre el ser y los entes.

La pregunta de Leibniz por qué hay algo y no más bien nada recibe aquí una respuesta inesperada (Leibniz, 2015; Levey, 1998): si la nada del cero es un *nihil activum*, la nada no es el estado de menor complejidad ontológica, es el estado de mayor fecundidad; la nada activa es más fecunda que el ser determinado, es la condición de posibilidad de toda determinación. La pregunta leibniziana, reformulada, no debería preguntar por qué hay algo, sino por qué la nada activa se determina en formas particulares.

Si el cero es un *nihil activum*, una función transistémica que ningún objeto particular instancia por necesidad, la ontología de la matemática no puede ser platonista, pues no hay un objeto abstracto que sea el cero por naturaleza (Balaguer, 1998). Tampoco puede ser nominalista, pues el cero no puede eliminarse sin eliminar el sistema que lo requiere (Field, 2016); ni puramente estructuralista, pues la función del cero excede cualquier estructura particular que lo instancie. La ontología del cero requiere una categoría que ninguno de estos enfoques ha previsto. Es la categoría del operador que es condición de posibilidad de la estructura sin ser un elemento de ella.

Conclusiones

De acuerdo con lo expuesto: (i) el cero satisface la aporía constitutiva de que su definición presupone siempre lo que él mismo hace posible, y esto se muestra para el logicismo, el conjuntismo, el estructuralismo y la teoría de categorías; (ii) esta aporía no es contingente sino estructural: su aparición en marcos independientes muestra que es una propiedad del cero y no de alguna definición defectuosa; (iii) la categoría de *nihil activum* designa el estatuto ontológico del cero como función transistémica; esta función se instancia de distintos modos, el conjunto vacío, el objeto inicial, el infinitesimal de parte estándar nula, el valor cero de la demostrabilidad, la energía del vacío y el borde de probabilidad cero, pero es reconocible como la misma función en todos los casos; y (iv) el *nihil activum* no es una categoría local sino general: todo sistema suficientemente complejo requiere un operador liminal que marque su propio vacío constitutivo sin ser capturado por las categorías del sistema.

El cero no es un número más, es a los números lo que el fundamento es a lo fundado. No pertenece simplemente a la serie, sino que expresa la condición que hace posible la serie. El *nihil activum* nombra esta diferencia en el ámbito de los números.

Lo anterior tiene consecuencias que van más allá de la filosofía de la matemática. Si todo sistema formal que pretende fundar un dominio necesita algo que marque desde dentro su propio límite, entonces la incompletitud, la anulación física y la nada metafísica pueden entenderse como distintas manifestaciones de una misma estructura. Esto no significa reducir un dominio a otro, sino reconocer una forma que aparece en todos ellos. El cero permite verla con especial claridad porque la aritmética es uno de los sistemas formales más simples y mejor conocidos. Lo que en otros dominios permanece oculto por su complejidad, en el cero, aparece de manera más nítida.

Queda abierta, entonces, una pregunta más general. ¿Necesita toda teoría que pretenda fundar un dominio un operador de este tipo? El *nihil activum* reaparece en la lógica, la física y la metafísica. La cuestión va más allá del cero, pero es en él donde encuentra su ejemplo más claro.

Referencias bibliográficas

- Ahlfors, L. V. (1979). *Complex analysis* (3.^a ed.). McGraw-Hill.
- Aristóteles. (1995). *Física* (G. R. de Echandía, Trad.). Gredos. (Obra original ca. siglo IV a. C.)
- Awodey, S. (2010). *Category theory* (2.^a ed.). Oxford University Press.
- Badiou, A. (1999). *El ser y el acontecimiento* (R. Cerdeiras et al., Trad.). Manantial. (Obra original publicada en 1988)
- Baire, R.-L. (1899). Sur les fonctions de variables réelles. *Annali di Matematica Pura e Applicata*, 3, 1-123.
- Balaguer, M. (1998). *Platonism and anti-platonism in mathematics*. Oxford University Press.
- Barton, N. (2019). Absence perception and the philosophy of zero. *Synthese*, 197(9), 3823-3850. <https://doi.org/10.1007/s11229-019-02220-x>
- Benacerraf, P. (1965). What numbers could not be. *The Philosophical Review*, 74(1), 47-73. <https://doi.org/10.2307/2183530>
- Berkeley, G. (2013). *El analista* (M. Vázquez Campos, Trad.). Tirant Humanidades. (Obra original publicada en 1734)

- Boccuni, F. (2019). Realismo e indeterminatezza nei fondamenti della matematica. *Istituto Lombardo. Accademia di Scienze e Lettere, Incontri di Studio*.
<https://doi.org/10.4081/incontri.2019.464>
- Button, T., & Walsh, S. (2016). Structure and categoricity: Determinacy of reference and truth value in the philosophy of mathematics. *Philosophia Mathematica*, 24(3), 283-307.
<https://doi.org/10.1093/phimat/nkw007>
- Chaitin, G. (2007). The halting probability omega: Irreducible complexity in pure mathematics. *Milan Journal of Mathematics*, 75(1), 291-304.
<https://doi.org/10.1007/s00032-006-0064-2>
- Cheng, Y. (2021). Current research on Gödel's incompleteness theorems. *The Bulletin of Symbolic Logic*, 27(2), 113-167. <https://doi.org/10.1017/bsl.2020.44>
- Cohen-Tannoudji, C., Diu, B., & Laloë, F. (1977). *Mecánica cuántica* (2 vols.). Reverté.
- Dauben, J. W. (1995). *Abraham Robinson: The creation of nonstandard analysis*. Princeton University Press.
- Derrida, J. (2000). *De la gramatología* (O. del Barco y C. Ceretti, Trad.). Siglo XXI. (Obra original publicada en 1967)
- Diehl, C. (2008). The empty space in structure: Theories of the zero from Gauthiot to Deleuze. *Diacritics*, 38(3), 93-119. <https://doi.org/10.1353/dia.0.0059>
- Dirac, P. A. M. (1990). *Los principios de la mecánica cuántica* (J. Pérez Mercader, Trad.). Reverté. (Obra original publicada en 1958)
- Dummett, M. (1991a). *Frege: Philosophy of mathematics*. Duckworth.
- Dummett, M. (1991b). *The logical basis of metaphysics*. Harvard University Press.
- Eckhart, M. (2014). *El fruto de la nada y otros escritos* (A. Vega Esquerro, Trad.). Siruela.
- Edgerton, S. Y. (2009). *The mirror, the window, and the telescope*. Cornell University Press.
- Field, H. (2016). *Science without numbers* (2.^a ed.). Oxford University Press.
- Franzén, T. (2005). *Gödel's theorem: An incomplete guide to its use and abuse*. A K Peters.
- Frege, G. (2016). *Los fundamentos de la aritmética* (C. U. Moulines, Trad.). UNAM. (Obra original publicada en 1884)
- Gödel, K. (1986). *Collected works* (Vol. I, S. Feferman et al., Eds.). Oxford University Press.
- Goldstein, L. (2002). The indefinability of "one". *Journal of Philosophical Logic*, 31(1), 29-42.
<https://doi.org/10.1023/A:1015077403773>
- Grabiner, J. V. (1981). *The origins of Cauchy's rigorous calculus*. MIT Press.
- Grattan-Guinness, I. (2000). *The search for mathematical roots, 1870-1940*. Princeton University Press.
- Guicciardini, N. (1999). *Reading the Principia*. Cambridge University Press.

- Hallett, M. (1984). *Cantorian set theory and limitation of size*. Clarendon Press.
- Heidegger, M. (2003). *Ser y tiempo* (J. E. Rivera, Trad.). Trotta. (Obra original publicada en 1927)
- Hellman, G., & Shapiro, S. (2019). *Mathematical structuralism*. Cambridge University Press.
- Hemmo, M., & Shenker, O. (2013). Probability zero in Bohm's theory. *Philosophy of Science*, 80(5), 1148-1158. <https://doi.org/10.1086/673891>
- Jackson, J. D. (1999). *Classical electrodynamics* (3.^a ed.). Wiley.
- Kant, I. (2005). *Crítica de la razón pura* (P. Ribas, Trad.). Taurus. (Obra original publicada en 1781)
- Kant, I. (2010). Ensayo para introducir en la filosofía el concepto de magnitudes negativas. En *Obras* (P. Ribas, Trad., Vol. I). Gredos. (Obra original publicada en 1763)
- Kleene, S. C. (1952). *Introduction to metamathematics*. North-Holland.
- Kosmann-Schwarzbach, Y. (2011). *The Noether theorems* (B. E. Schwarzbach, Trad.). Springer.
- Kunen, K. (2011). *Set theory*. College Publications.
- Lawvere, F. W., & Schanuel, S. (2009). *Conceptual mathematics* (2.^a ed.). Cambridge University Press.
- Leibniz, G. W. (2015). Nuevo método para el máximo y el mínimo. En *Obras filosóficas y científicas* (C. Álvarez Pereira et al., Eds., Vol. 7a). Comares. (Obra original publicada en 1684)
- Levey, S. (1998). Leibniz on mathematics and the actually infinite division of matter. *The Philosophical Review*, 107(1), 49-96. <https://doi.org/10.2307/2998315>
- Linnebo, Ø. (2017). *Philosophy of mathematics*. Princeton University Press.
- Liu, C. (1996). Gauge invariance, Cauchy problem, indeterminism, and symmetry breaking. *Philosophy of Science*, 63(S3), S71-S79. <https://doi.org/10.1086/289938>
- Llorente Cardo, J. (2018). El no-ser se da de muchas maneras: La tabla kantiana de la nada ante la fenomenología de la donación. *Ingenium*, 12. <https://doi.org/10.5209/inge.62420>
- Mac Lane, S., & Moerdijk, I. (1992). *Sheaves in geometry and logic*. Springer.
- Maddy, P. (1990). *Realism in mathematics*. Clarendon Press.
- McGinn, B. (2005). *The harvest of mysticism in medieval Germany*. Crossroad.
- McLarty, C. (1992). *Elementary categories, elementary toposes*. Clarendon Press.
- Meinong, A. (2008). *Teoría del objeto y presentación personal* (J. Rivera de Rosales, Trad.). Encuentro. (Obra original publicada en 1904)
- Misner, C. W., Thorne, K. S., & Wheeler, J. A. (2017). *Gravitation*. Princeton University Press.

- Ni, L. (2007). Zero and metaphysics: Thoughts about being and nothingness from mathematics, Buddhism, Daoism to phenomenology. *Frontiers of Philosophy in China*, 2(4), 547-556. <https://doi.org/10.1007/s11466-007-0035-x>
- Noether, E. (1918). Invariante Variationsprobleme. *Nachrichten von der Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen*, 235-257.
- O'Meara, D. J. (1993). *Plotinus: An introduction to the Enneads*. Clarendon Press.
- Oxtoby, J. C. (1980). *Measure and category* (2.^a ed.). Springer.
- Parménides. (2007). *Poema: Fragmentos y tradición textual* (A. Bernabé, Trad.). Istmo. (Obra original ca. siglo V a. C.)
- Parsons, C. (2008). *Mathematical thought and its objects*. Cambridge University Press.
- Peirce, C. S. (1974). *La ciencia de la semiótica* (A. Sercovich, Trad.). Nueva Visión.
- Platón. (2000). *Sofista* (N. L. Cordero, Trad.). Gredos. (Obra original ca. siglo IV a. C.)
- Plotino. (2005). *Enéadas* (J. Igal, Trad., 3 vols.). Gredos.
- Priest, G. (2016). *Towards non-being* (2.^a ed.). Clarendon Press.
- Rivera de Rosales, J. (2011). *El punto de partida de la Metafísica Transcendental*. UNED.
- Robinson, A. (1974). *Non-standard analysis* (ed. rev.). North-Holland.
- Rotman, B. (1993). *Signifying nothing: The semiotics of zero*. Stanford University Press. (Obra original publicada en 1987)
- Russell, B., & Whitehead, A. N. (1963). *Principia mathematica* (2.^a ed., 3 vols.). Cambridge University Press. (Obra original publicada 1925-1927)
- Ryskin, G. (2020). Vanishing vacuum energy. *Astroparticle Physics*, 115, Artículo 102387. <https://doi.org/10.1016/j.astropartphys.2019.102387>
- Shapiro, S. (1997). *Philosophy of mathematics: Structure and ontology*. Oxford University Press.
- Sutherland, D. (2017). Kant's conception of number. *The Philosophical Review*, 126(2), 147-190. <https://doi.org/10.1215/00318108-3771988>
- Vermeiren, F. (2021). Bergson and the Kantian concept of intensive magnitude. *Journal of the British Society for Phenomenology*, 53(1), 91-104. <https://doi.org/10.1080/00071773.2021.1910854>
- Volovik, G. E. (2006). Vacuum energy: Myths and reality. *International Journal of Modern Physics D*, 15(12), 1987-2010. <https://doi.org/10.1142/S0218271806009431>
- Walsh, S. (2014). Logicism, interpretability, and knowledge of arithmetic. *The Review of Symbolic Logic*, 7(1), 84-119. <https://doi.org/10.1017/S1755020313000397>
- Zermelo, E. (1908). Untersuchungen über die Grundlagen der Mengenlehre I. *Mathematische Annalen*, 65, 261-281.

Zinkin, M. (2012). Kant on negative magnitudes. *Kant-Studien*, 103(4).
<https://doi.org/10.1515/kant-2012-0030>