



Una aproximación pragmática, semántica e inferencial a la práctica matemática

A Pragmatic, Semantic, and Inferential Approach to Mathematical Practice

Carlos Falcón Machuca

Universidad Nacional de Educación a Distancia (UNED) – España

cfalcon29@alumno.uned.es

<http://orcid.org/0009-0004-3414-6646>

DOI <https://doi.org/10.48204/2805-1815.11498>

INFORMACIÓN DEL ARTÍCULO	ABSTRACT/RESUMEN
Recibido el: 7/04/2026 Aceptado el: 13/08/2026 Keywords: Application of mathematics, applicability, philosophy of mathematics, mathematical practice, pragmatism, semantic frames Palabras clave: Aplicación de la matemática, filosofía de la matemática, práctica matemática, pragmatismo, marcos semánticos	Abstract This work examines the application of mathematics to the empirical world with the aim of showing that applicability does not constitute a moment posterior to theory, but rather an original condition. Against the mapping account, it argues that every mathematical application presupposes prior pragmatic decisions that organize experience and guide formalization. To defend this thesis, the paper articulates five tools: pragmatic schemes, semantic frames, fictive motion, the inferential model proposed by Bueno and Colyvan – qualified by Pérez Escobar – and the concept of hinges as defined by Wittgenstein. The analysis shows, first, that abstract mathematics originates in embodied and technical practices; second, that formal derivation is not exempt from criteria of acceptability and training; and third, that the correspondence between theory and practice should be understood as a cycle of immersion, derivation, and interpretation. In conclusion, mathematical applicability should not be explained as a structural correspondence, but as the result of a pragmatic, semantic, and inferential organization of the world that makes both abstraction and its subsequent empirical use possible. Resumen Este trabajo examina la aplicación de la matemática al contexto empírico con el objetivo de mostrar que la aplicabilidad no constituye un momento

posterior a la teoría, sino una condición originaria. Frente al *mapping account*, se sostiene que toda aplicación matemática supone decisiones pragmáticas previas que organizan la experiencia y orientan la formalización. Para defender esta tesis, el trabajo articula cinco herramientas: esquemas pragmáticos, marcos semánticos, movimiento ficticio, el modelo inferencial de Bueno y Colyvan –matizado por Pérez Escobar– y el concepto de *hinges* definido por Wittgenstein. El análisis muestra, en primera instancia, que la matemática abstracta se origina en prácticas corporales y técnicas; segundo, que la derivación formal no está exenta de criterios de aceptabilidad y adiestramiento; y, tercero, que la correspondencia entre teoría y práctica debe entenderse como un ciclo de inmersión, derivación e interpretación. En conclusión, la aplicabilidad matemática no debe explicarse como una correspondencia estructural, sino como el resultado de una organización pragmática, semántica e inferencial del mundo que hace posible tanto la abstracción como su posterior uso empírico.

Introducción

En este trabajo, trataremos de explicar que, más que adoptar un paradigma previo sobre la aplicación y la resolución de ecuaciones matemáticas, el enfoque es mostrar cómo la inferencia pragmática guía nuestro hacer matemático, es decir, cómo aplicamos matemáticas y cómo ese aplicar antecede y orienta la formalización. Frente al paradigma dominante –representado por Frege–, según el cual las aplicaciones no bastan para justificar la aritmética y que lo decisivo es la demostración rigurosa, este trabajo no niega ese criterio de validez, sino que cuestiona que la aplicabilidad deba entenderse como un momento posterior a la teoría (Frege, 1973, pp. 25–26, 33–36).

La idea que aquí se defenderá es que la aplicabilidad no es un momento posterior ni derivado, sino una condición originaria: aplicamos antes de formalizar; la teoría matemática surge desde la aplicación práctica, aunque el proceso se nos presente luego como si fuera a la inversa. Así, a lo largo del ensayo contrastaremos esta tesis con el *mapping account*, entendido aquí como la tesis según la cual una proposición de matemática aplicada es verdadera cuando existe una correspondencia estructural adecuada entre una situación física y un dominio matemático (Pincock, 2004, p. 69).

Cuando decimos, por ejemplo, que $2 + 2 = 4$ es una proposición matemática válida, no estamos reconociendo una estructura abstracta fija, sino una regla de operación que seguimos de manera habitual, y estabilizada por la inferencia pragmática. En este sentido, (y de ahora en adelante), empleamos el término estructura de manera metafórica para referirnos a modelos o reglas formalizadas (o mapas petrificados) y no para sugerir que las

matemáticas sean entidades ontológicas compuestas de estructuras intrínsecas. Asimismo, cuando hablamos de esquemas nos referiremos a condiciones pragmáticas y no a entidades formales o estructuras matemáticas en sentido estricto.

Por lo tanto, se sostendrán las siguientes tesis:

- (i) T1.** La aplicación de las matemáticas no es directa ni neutral: está posibilitada y limitada por prácticas, hábitos y convenciones socialmente compartidas (reglas de uso, esquemas pragmáticos, criterios de aceptabilidad, exclusión de soluciones físicamente irrelevantes, etc.).
- (ii) T2.** La matemática abstracta se origina y se sostiene en la experiencia (corporal, técnica y semántica) y en herramientas de conceptualización (marcos semánticos, metáforas de movimiento, prácticas de medición) que dotan de sentido a sus reglas y permiten su aplicabilidad.
- (iii) T3.** La relación práctica–teoría no es lineal: la aplicabilidad forma parte de un ciclo (inmersión–derivación–interpretación) en el que también la derivación incorpora decisiones pragmáticas (Pérez Escobar, 2024.)

Para sostener estas tesis, se presentarán, de manera coordinada, cinco herramientas conceptuales: esquemas pragmáticos como condiciones de posibilidad, marcos semánticos (*semantic frames*), movimientos ficticios como recurso semántico-pragmático de representación, el modelo inferencial de la aplicación (Bueno y Colyvan) junto con su matización pragmática (Pérez Escobar) y, por último, *hinges* wittgensteinianos como certezas de fondo. Cada una de las secciones siguientes se centra en una herramienta (esquemas pragmáticos, marcos semánticos, movimiento ficticio, *hinges* y modelo inferencial); la última sección muestra su sinergia y límites conjuntos.

Esquemas pragmáticos como condiciones de posibilidad para la aplicación matemática

Para comprender cómo es posible la aplicabilidad de la matemática, es necesario retroceder un paso antes del momento en que se formaliza una regla o se activa una operación matemática. Así, antes de que una operación matemática pueda ser aplicada a una situación del mundo, debe existir una forma de organización del mundo que la haga reconocible como significativa y útil. Esta organización no se da de manera espontánea ni mucho menos

automática, sino que se basa en lo que podemos llamar esquemas, los cuales funcionan como condiciones previas de posibilidad para toda aplicación matemática. Estos esquemas, sin embargo, no deben confundirse con las formas a priori kantianas, sino entenderse como construcciones históricas, convencionales y funcionales, surgidas de acuerdos, prácticas y necesidades compartidas y no por una fundamentación trascendental.

Por lo tanto, estos esquemas no deben concebirse como entidades mentales individuales o como meros dispositivos cognitivos, sino más bien como formas compartidas de organizar la experiencia, que surgen de la interacción entre el cuerpo, el entorno y las prácticas culturales. No se trata de estructuras fijas, sino de guías pragmáticas e inferenciales que orientan la percepción, delimitan qué se considera relevante en una situación y posibilitan ciertas operaciones. Tal como han sostenido Lakoff & Núñez (2000), muchas ideas matemáticas tienen su origen en experiencias corporales básicas –como agrupar, mover, extender, comparar– que se organizan mediante metáforas conceptuales y que dan lugar a esquemas inferenciales aplicables. Dicho de otro modo, las metáforas conceptuales preservan estructuras inferenciales y permiten anclar nuestra comprensión de la aritmética en actividades físicas ordinarias, como reunir objetos, separarlos, volverlos a juntar o contar pasos (Lakoff & Núñez, 2000, pp. 53–54). En este sentido, puede sostenerse –siguiendo la orientación de Lakoff y Núñez– que la comprensión ordinaria de la suma se apoya en experiencias corporales y prácticas recurrentes de agregación, reunión y acumulación. No se trata de afirmar que la operación formal de suma se reduzca a esas experiencias, sino de señalar que tales prácticas ofrecen un trasfondo cognitivo y pragmático desde el cual la regla formal puede adquirir sentido operativo. Cuando reunimos objetos, comparamos cantidades o añadimos distancias, se estabilizan patrones de acción que posteriormente pueden expresarse simbólicamente mediante reglas matemáticas.

Naturaleza operativa de los esquemas

Para avanzar en la comprensión del papel que cumplen los esquemas en la aplicabilidad matemática, es necesario detenerse en su naturaleza operativa. ¿Qué es exactamente un esquema en este contexto?

No se trata únicamente de un resultado lógico-formal ni de una operación mental individual. Más bien, el esquema debe entenderse como una forma anticipada de

organización práctica de la experiencia, un patrón inferencial cognitivo-lingüístico que prefigura qué será relevante, cómo podrá ser simbolizado y qué inferencias (pragmáticas) serán posibles. En este sentido, el esquema funciona como una proyección previa al modelo formal, sin ser aún ese producto final. Esta prefiguración está atravesada por múltiples capas de sentido, que van desde los marcos semánticos que Fillmore (1976, p. 20) entiende como esquemas inferenciales y pragmáticos que organizan la experiencia y permiten interpretar coherentemente la percepción, el pensamiento y la comunicación, y que Petrucci concibe como redes dinámicas de relaciones conceptuales en las que los significados se comprenden en continuidad con la experiencia (Petrucci, 2022, p. 592), hasta los esquemas inferenciales como *“el número elevado”* o *“el recorrido de los móviles”* (este último en referencia al tratamiento matemático del movimiento desarrollado por Galileo en la Jornada Tercera, Teorema I, Proposición I (Galileo, 1976), o remiten al movimiento ficticio, entendido como el mecanismo cognitivo por el cual una entidad estática puede ser conceptualizada dinámicamente –por ejemplo, cuando se dice que una carretera “va” hacia un lugar– sin que exista un movimiento físico real (Talmy, 2000, p. 99; Núñez, 2006, p. 117). Por lo tanto, el esquema no es simplemente una codificación estática de la realidad, sino una forma situada, culturalmente moldeada y lingüísticamente organizada de anticipar el mundo como susceptible de ser matematizado.

De aquí surge una pregunta crítica y fundamental: ¿qué es exactamente un esquema? ¿Se trata de un proceso o un resultado? A partir de lo que hemos desarrollado sobre el origen de los conceptos matemáticos, podemos decir que el esquema constituye un resultado transitorio de un proceso de inferencia pragmática, susceptible de revisión y transformación.

En su génesis, el esquema emerge como una forma de organización que capta regularidades prácticas, como cuando al realizar la operación $2 + 2 = 4$ reconocemos una regla que se repite al agrupar objetos. Esa inferencia, inicialmente vinculada a la experiencia, se estabiliza mediante la formalización y se convierte en una regla simbólicamente consolidada. Sin embargo, dicha estabilización no implica una fijación definitiva, sino que los esquemas, al igual que los conceptos científicos o las teorías matemáticas, pueden ser ampliados, reformulados o incluso sustituidos conforme se modifiquen los contextos de aplicación o cambien los marcos interpretativos. Por ejemplo, una regla de medición geométrica puede funcionar adecuadamente en un marco euclidiano, donde las distancias y

los ángulos se tratan bajo supuestos planos; sin embargo, al cambiar el marco de aplicación –como ocurre en geometrías no euclidianas o en contextos físicos donde la curvatura del espacio resulta relevante–, el esquema inicial debe ser reformulado para que la operación matemática conserve sentido. Por eso, el esquema debe comprenderse no como una estructura cerrada, sino como una configuración dinámica de reglas y asociaciones inferenciales, que resulta útil precisamente por su flexibilidad representacional.

Es importante distinguir entre el esquema como dispositivo inferencial y los distintos productos formales que se derivan de él. Las ecuaciones, los modelos funcionales y las leyes fenomenológicas entendidas aquí como descripciones de regularidades observadas en contextos concretos sin pretensión de reproducir la realidad fundamental (Cartwright, 1983), no son el esquema en sí, sino formas formalizadas que representan un conjunto de reglas previamente estabilizadas por la práctica. Funcionan como lenguajes específicos para representar y operar sobre el mundo a partir de esos esquemas.

Por lo tanto, no deben ser vistos como instrumentos aplicados de forma directa al mundo, sino como derivaciones formales o semiformales de esquemas pragmáticos ya activos en nuestra forma de relacionarnos con el entorno. Estos conceptos funcionan porque, de algún modo, ya estábamos actuando según esas reglas antes de reconocerlas formalmente (durante la fase de inmersión según el esquema inferencial). Por eso, la aplicabilidad de la matemática no puede entenderse sin atender a esos esquemas fundacionales; no aplicamos una fórmula directamente a un mundo indiferenciado, sino a una situación previamente organizada como medible, calculable por medio de un esquema que hace posible la aplicación.

De hecho, en una derivación matemática –entendida aquí en sentido inferencial, y no como cálculo de derivadas– también operan decisiones situadas, porque los pasos formales que se realizan no provienen de una entidad abstracta autónoma, sino de una red de reglas ya orientadas por prácticas y usos previos. Por lo tanto, la formalidad no está desligada de la experiencia (por ello lo llamamos anteriormente *semiformal*), sino que se encuentra orientada por ella para que la derivación posea una potencialidad aplicativa real. En este sentido, las derivaciones no son puramente formales, sino que están estructuradas por esquemas inferenciales operativos que les otorgan sentido y eficacia en contextos concretos.

Ejemplos de aplicación

Consideremos el teorema de Pitágoras: $a^2 + b^2 = c^2$. En primera instancia establecemos un ‘contexto’ espacial donde los objetos pueden medirse, las distancias pueden representarse como segmentos rectilíneos y el espacio posee propiedades métricas –o, al menos, se las añadimos desde nuestro marco de interpretación–. En este caso, el esquema implícito sería que el espacio puede representarse mediante relaciones métricas entre segmentos, que se puede construir una unidad estándar de medida, y que los ángulos rectos permiten regular ciertas relaciones proporcionales entre los elementos del sistema. Sin embargo, es importante resaltar que, para poder desarrollar un teorema o una ecuación matemática con este nivel de sintaxis, debe existir un conocimiento previo; hay un proceso de adquisición progresiva del saber que permite construir las ecuaciones matemáticas a partir de esquemas previsualizados.

Un esquema o prefiguración del espacio puede ser particular o individual en su origen, pero para que todos podamos comprender la ecuación matemática y aplicarla, debemos alcanzar un consenso intersubjetivo (Lakatos, 1978) sobre cómo establecemos las bases del teorema, o al menos acordar explícitamente la regla que se nos está enseñando y cómo interpretarla.

Este tipo de esquematización compartida es justamente lo que permite que fórmulas como el teorema de Pitágoras sean aplicables en múltiples contextos, incluso cuando las formas particulares del triángulo o la disposición espacial varían entre distintas situaciones. Aunque cada persona pueda imaginar un triángulo de modo distinto o enfrentarse a un problema geométrico en circunstancias únicas, lo que se repite es un patrón de organización que ha sido estandarizado cultural y cognitivamente. Dicha regularidad (producto de un consenso intersubjetivo y de una experiencia corporal común) es lo que posibilita que tales formalidades matemáticas funcionen más allá del caso particular.

Este carácter compartido y recurrente es lo que da lugar a la aparente universalidad de las operaciones matemáticas básicas. La razón por la que expresiones como “ $3^2 + 4^5 = 5^2$ ” son aplicables en diversos contextos geométricos es por el hecho de que el mundo presenta regularidades físicas y biológicas estables, y de que los seres humanos comparten una constitución corporal y cognitiva suficientemente homogénea. Como bien señala Frege

(1973), cuando contamos no estamos sumando objetos empíricos de manera directa, sino que agrupamos instancias bajo un mismo concepto que actúa como criterio de unidad. En este sentido, incluso una posición como la suya permite reconocer que la aplicabilidad matemática no depende de una relación inmediata con objetos físicos, sino de una mediación conceptual, lo que hace posible admitir una aplicabilidad sin asumir por ello un realismo ontológico (Steiner, 1998). No es que las manzanas, piedras o sonidos compartan una propiedad física idéntica, sino que los integramos dentro de un esquema conceptual común que nos permite aplicar una misma regla de conteo. Por lo tanto, esta mediación conceptual es lo que hace posible que podamos utilizar la misma operación matemática –por ejemplo, $2 + 2 = 4$ – sobre conjuntos de naturaleza distinta, siempre que estos puedan ser organizados sobre una regla común de agrupamiento y equivalencia numérica, no porque compartan una estructura ontológica idéntica.

Por otro lado, tenemos la fórmula de Herón que podemos usar para calcular el área de un triángulo a partir de la longitud de sus tres lados,

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

donde a , b y c son los lados del triángulo, y p es el semiperímetro. Si los valores dados cumplen las condiciones geométricas para formar un triángulo, el radicando es no negativo y la fórmula arroja un área interpretable. Por ejemplo, si el radicando fuera 4, obtendríamos $[\sqrt{4} = 2]$. En cambio, si los valores introducidos no corresponden a un triángulo posible –por ejemplo, porque no satisfacen la desigualdad triangular–, el radicando podría resultar negativo, como en $[\sqrt{-4}]$. En ese caso, el problema no es que exista un área negativa, sino que la fórmula se habría intentado aplicar fuera de su dominio geométrico pertinente.

El esquema previsualizado se cumple si los valores introducidos satisfacen las condiciones geométricas que permiten formar un triángulo, pues solo en ese caso la fórmula produce un área interpretable. En este sentido, el esquema puede aplicarse coherentemente en operaciones o prácticas similares. Sin embargo, el esquema no es algo fijo, sino un esquema pragmático transitorio que depende del contexto de aplicación. Si los valores introducidos conducen a un resultado como $[\sqrt{-4}]$, no estamos ante un contraejemplo de la aplicabilidad matemática, sino ante una señal de que la fórmula ha sido aplicada fuera del marco geométrico pertinente. En tal caso, el resultado formal no se descarta porque la

matemática «falle», sino porque el objetivo práctico –por ejemplo, calcular el área de un terreno o de una figura triangular real– exige que los datos representen un triángulo posible.

¿En qué sentido apoya a T1 y a T2?

Lo defendido aquí es que la aplicabilidad no es posterior a la teoría, sino que se apoya en esquemas pragmáticos previos que organizan la experiencia y fijan qué operaciones tienen sentido (T1). Los esquemas no son estructuras internas, sino formas compartidas de uso que, al repetirse, se sedimentan como reglas y luego se formalizan. Al mismo tiempo, preparan el terreno semántico y técnico desde el cual las fórmulas adquieren significado operativo (T2). En este marco, el mapeo entre un sistema empírico y uno formal no comienza de cero, porque presupone esas decisiones de organización (idealizaciones, variables, permisibilidad) que el mapeo da por supuestas y que aquí entendemos como esquemas de uso.

¿Por qué el mapping account no es suficiente?

En los ejemplos mostrados esa correspondencia presupone decisiones previas que el mapeo no explica. En el caso del teorema de Pitágoras, antes de mapear triángulos del mundo a triángulos del modelo, ya hemos decidido qué cuenta como distancia, cómo se mide, qué es un ángulo recto y con qué unidad comparamos. Ahora bien, hay que tener presente el contexto de las idealizaciones, ya que, que el espacio se trate como un espacio euclidiano, que los segmentos sean rectilíneos y que las medidas sean comparables no es una fotografía de la realidad empírica, sino una prefiguración producto de la inferencia pragmática que lo vuelve tratable. Al contrario, el *mapping* funciona una vez que tales idealizaciones están puestas en el agente, pero no explica en lo absoluto cómo se consolidan ni bajo que hábitos o convenciones se soportan.

Lo mismo puede observarse en la fórmula de Herón. El *mapping account* explica la aplicabilidad postulando una correspondencia estructural entre un sistema empírico y una representación matemática; sin embargo, en este caso, la práctica puede descartar resultados formalmente posibles, pero operativamente inaceptables –por ejemplo, $\sqrt{-4}$ al buscar un área real– cuando los datos introducidos no pertenecen al dominio geométrico pertinente. El *mapping account* puede decir que se preserva lo importante de la estructura, pero no explica

por sí mismo qué cuenta como importante ni cuándo corresponde excluir un resultado formal.

Marcos semánticos en la aplicación matemática

Para que una persona pueda comprender el sentido de aplicación de una ecuación o teoría matemática, al menos debe ubicarse o situarse cognitiva y espaciotemporalmente en relación con aquello que se está aplicando; es decir, debe tener en claro sobre qué fenómeno se está realizando inferencia, qué es lo que se intenta explicar o modelar, o en qué contexto futuro deseará predecir un comportamiento. Actualmente poseemos diversas herramientas tanto para describir una ecuación matemática como para exponer una teoría científica, generalmente en las guías y textos académicos. Una ecuación o fórmula matemática puede ser descrita en función de las reglas operativas y los pasos secuenciales que deben seguirse hasta poder comprenderla y asimilar su significado. Conviene distinguir esta dimensión descriptiva de la función explicativa de ciertas teorías: las explicaciones nomológicas no se limitan a registrar regularidades, sino que buscan fundamentar por qué estas ocurren, apelando a leyes y marcos generales (ley de gravitación universal, la teoría de la relatividad general, etc.) más amplios (Díez & Moulines, 2020).

Aunque quien construye la ecuación o teoría matemática recurre en gran medida a su imaginación –siempre fundamentada en un conocimiento matemático previo– para elaborarla y explicarla (en sentido pedagógico); quien la recibe y necesita aprenderla requiere, en cambio, de una explicación sistemática, regida por reglas, que le permita no solo comprender sus relaciones internas, sino también emplearla como punto de partida para nuevas investigaciones y desarrollos teóricos posteriores. Esta observación se sitúa en un enfoque constructivista y epistemológico según el cual el conocimiento matemático no es simplemente recibido, sino construido activamente a partir de esquemas cognitivos, contextos históricos y condiciones semánticas, como han mostrado Lakoff y Núñez (2000), o implican una dialéctica entre enunciados, contraejemplos y reconstrucciones según Lakatos (1978) y, desde el enfoque semántico-pragmático (van Fraassen, 1996, p. 117).

Aun así, y atendiendo a los objetivos de esta sección, nos interesa dar cuenta de las bases sobre las cuales se construyen las ecuaciones y teorías matemáticas –ya sea por matemáticos o físicos–, para que estas puedan ser entendidas, justificadas y aplicadas a

fenómenos del mundo. Es decir, existe tanto una inferencia como una intencionalidad en la ecuación que intentamos describir, incluso cuando se trata de teorías formales. Nada se construye sobre el vacío (el propio vacío descansa sobre una base semántica), o dicho de otro modo, es contrafáctico afirmar que algo se construye desde la nada, ya que siempre hay algo en el mundo que precede o fundamenta la construcción teórica.

Ahora bien, Petruck (2022, pp. 615–624) indica que un *frame* no es simplemente un vocabulario técnico, sino un armazón mental que organiza nuestra experiencia antes de expresarla con palabras. Los marcos de caso (*case frames*) funcionan como modelos internos de situaciones cotidianas –por ejemplo, la noción de equilibrio en una palanca– y, al comprenderlos, captamos automáticamente las relaciones esenciales de esa escena. Aunque al principio Fillmore (1976) distinguía entre la noción de *scene* (la vivencia o concepto) y el marco (su reflejo lingüístico), luego ambas nociones se fusionaron: un marco (*frame*) es, en última instancia, una estructura cognitiva que preconfigura qué elementos y vínculos serán relevantes y qué palabras los integran, facilitando así la comprensión de conceptos y teorías.

Por otro lado, el concepto de marco (*frame*) trasciende el ámbito puramente lingüístico y se aplica a la forma en que interpretamos cualquier texto cargado de conocimiento previo, incluida una demostración matemática. Es decir, el lector o matemático no parte de cero, sino que aporta un bagaje de entrenamiento que le permite rellenar vacíos del texto y anticipar los pasos siguientes, gracias a un marco mental de cómo suelen estructurarse las pruebas (Fisseni et. al 2023, p. 3). En otras palabras, cuando el lector se enfrenta a un texto matemático o el matemático realiza una prueba, no parte de la nada, sino que incorpora de antemano un conjunto de esquemas y marcos semánticos contruidos a partir de su formación y experiencia previa.

Ejemplo de aplicación

Katz (2009, pp. 96-99) presenta una exposición detallada del modo en que Arquímedes desarrolló el principio de la palanca en su tratado *Planes in Equilibrium*. Allí muestra cómo un fenómeno físico puede transformarse en modelo matemático mediante idealizaciones geométricas. Si bien el principio de equilibrio de fuerzas ya era conocido empíricamente – como ocurre en un balancín infantil o al manipular objetos con una barra –, Arquímedes logró construir un modelo matemático riguroso al asumir condiciones ideales, donde una palanca

rígida y sin peso, un fulcro (o punto de apoyo) puntual y masas representadas como magnitudes abstractas funcionan como condiciones de idealización. Demostró que dos magnitudes en equilibrio deben situarse a distancias inversamente proporcionales a sus pesos, que básicamente se enuncian en las proposiciones 6 y 7: “Two magnitudes, whether commensurable [Proposition 6] or incommensurable [Proposition 7], balance at distances inversely proportional to the magnitudes.” (Katz, 2009, p. 98)

La siguiente figura, que acompaña la proposición 3: “Suppose A and B are unequal weights with $A > B$ which balance at point C. Let $AC = a$, $BC = b$. Then $a < b$. Conversely, if the weights balance and $a < b$, then $A > B$.” (p. 98) expone gráficamente esta relación, y puede homologarse de manera subyacente a una amplia variedad de objetos cotidianos como columpios, balanzas o mecanismos mecánicos elementales:



No es casualidad que el autor subraye al final del tratado que Arquímedes utilizó este principio no solo para resolver problemas mecánicos, sino también para encontrar centros de gravedad en figuras geométricas:

Nevertheless, Archimedes used the law of the lever in the remainder of the treatise to find the centers of gravity of various geometrical figures. He proved that the center of gravity of a parallelogram is at the intersection of its diagonals, of a triangle at the intersection of two medians, and of a parabolic segment at a point on the diameter three-fifths of the distance from the vertex to the base. (Katz, 2009, p. 99)

Este ejemplo muestra que la ley de la palanca es el producto de un esquema que reconoce una regularidad empírica, y que dicho producto puede ser posteriormente aplicado en distintos contextos, tanto en situaciones prácticas como en abstracciones teóricas más complejas. Además, tanto quien formula esta teoría (recurre a esquemas matemáticos y geométricos previos) como quien la aprende, activa ya un marco previo en el que nociones como fulcro, brazo, fuerza y distancia aparecen disponibles como rasgos relevantes de la situación. Por lo tanto, este resultado nace de una representación semántica previa que decide qué variables son relevantes, qué factores pueden ignorarse, y cómo traducir la experiencia corporal del equilibrio en términos proporcionales. En ese sentido, el modelo

matemático es inseparable de un esquema cognitivo de balance y simetría que precede su formulación formal.

Ahora bien, la formulación de la ley de la palanca puede entenderse como el resultado de un marco semántico preexistente que organiza y selecciona ciertos elementos del mundo empírico como relevantes, que vendrían a ser el equilibrio, la fuerza, la posición y la distancia. Por tanto, emerge de una experiencia corporal y cotidiana con objetos en desequilibrio, como palos, balanzas o balancines. A partir de esa experiencia, se conceptualiza la idea de un punto de apoyo (fulcro), de dos cuerpos con pesos distintos, y de una distancia que regula la relación de fuerzas. Por lo que, estos elementos son organizados simbólicamente como magnitudes y posiciones, dando lugar a un esquema cognitivo de simetría y proporcionalidad.

En ese sentido, la ley de la palanca de Arquímedes aplica como ley fenomenológica que, junto a las leyes explicativas, funciona como un producto formal derivado de esquemas de acción previamente estabilizados, con el fin de dar cuenta de procesos de derivación e interpretación matemática. Aunque esta ley funciona y predice correctamente el comportamiento de sistemas reales simplificados, no describe exhaustivamente todos los factores físicos presentes en una palanca real. Para reforzar esto, Katz (2009, p. 96) indica que dicha ley sería una idealización donde se ignoran aspectos físicos que pueden dificultar la aplicación, enfocándose en variables esenciales para su efectividad.

Por último, el *mapping account* sostiene que aplicamos matemáticas estableciendo una correspondencia entre la estructura del modelo y la del sistema físico, preservando relaciones relevantes y omitiendo detalles. En este caso, lo que importa serían únicamente las relaciones físicas entre los elementos del sistema y las relaciones matemáticas entre los objetos del dominio formal, de modo que la verdad de los enunciados dependería solo de esas propiedades relacionales y de una interpretación capaz de preservarlas (Pincock, 2004, p. 70). En el caso de la palanca, lo determinante ocurre antes del mapeo, porque se deciden los elementos sobre la fuerza, distancia al fulcro y el equilibrio.

En este caso, elementos como el peso de la barra, la fricción o la elasticidad son idealizados u omitidos para aislar la relación proporcional entre peso y distancia al fulcro. Por lo tanto, el *mapping account* puede describir la correspondencia una vez fijados esos

elementos, pero no explica cómo quedaron fijados ni por qué se seleccionan esas variables y no otras.

¿Cómo se explica el apoyo a T2?

Para que una descripción matemática aplicada a fenómenos empíricos tenga sentido, asumimos de forma implícita un mundo en el que ciertos objetos, procesos o magnitudes pueden ser identificados, medidos y comparados. En ese mundo, coexisten fenómenos que apelan a ser descritos por el ser humano, fenómenos que nos son dados a través de la sensibilidad. En sentido kantiano, el fenómeno puede entenderse como el objeto *indeterminado* de una intuición empírica mediada por la sensación (Kant, 2009, A20/B34). Si aceptamos esta premisa, entonces toda descripción matemática (mediante una ley) se enmarca necesariamente en el espacio y el tiempo sensiblemente delimitado y cognitivamente aprehensible por el ser humano. Es decir, toda descripción posible –incluso aquellas que recurren a metáforas o elementos ficticios– se basa en elementos del mundo en el que vivimos, y en el cual ocurre también el fenómeno que se desea representar. De ahí que resulte insostenible imaginar o inferir algo completamente desvinculado de toda experiencia previa. En otras palabras, no podemos construir conceptualmente aquello de lo que jamás hayamos tenido alguna forma de experiencia, por mínima que sea. Todos nuestros conceptos y objetos mentales están, en última instancia, anclados en una base empírica previa que posibilita su formación.

Aunque esta idea pudo apoyarse también en autores clásicos como Locke, Hume o Kant, aquí nos remitimos a enfoques contemporáneos sobre mente y cognición para subrayar que los conceptos y objetos mentales no surgen de manera aislada, sino a partir de la experiencia y la percepción previa. Desde las investigaciones sobre cognición encarnada o incorporada (*embodied cognition*) podemos sustentar lo anterior:

We need concepts to organise our knowledge about the world. One aspect of these concepts is their abstractness, meaning the extent to which concepts reflect the idiosyncratic details of the experiences from which they are derived (Burgoon, Henderson & Markman, 2013). This establishes our experiences as the source for abstract concepts, but it leaves open the question of how exactly such concepts are formed.

Embodied approaches to abstraction argue that there are two pathways to grounding conceptual knowledge: one tied closely to sensing and acting in the world, and the other tied more to language and social interactions, which are themselves embodied in various ways. [...]

The starting point of this contribution is embodied cognition. In a nutshell, embodiment is one kind of grounding (Barsalou, 2010). Specifically, embodiment refers to the notion that conceptual knowledge derives its meaning from the apparatus, faculties and states of the (physical) body of the agent. For this, interactions with the environment are crucial (Barsalou, 2005), including those an agent has with itself, e.g., in interoception (Damasio, 1999). [...]» (Reinboth & Farkaš, 2022, p. 4)

A partir de esta línea argumentativa, queda fundamentado que los marcos semánticos no son invenciones arbitrarias ni elementos extraídos de un mundo suprasensible, sino que poseen una base empírica real. Son recursos cognitivos que permiten organizar y estabilizar la experiencia mediante reglas prácticas, posibilitando la aplicación matemática como lenguaje eficaz para operar sobre la experiencia.

Movimientos ficticios en la aplicación matemática

Para iniciar esta sección, consideramos necesario mencionar a Leonard Talmy (2000, pp. 99–102) y el interesante estudio cognitivo sobre movimiento ficticio, en el que analiza el concepto para denominar los casos en los que representamos movimiento donde no lo hay físicamente, y en el que, además, el lenguaje (y a veces, la percepción) construye dos representaciones diferenciadas del mismo objeto, una más verídica (*factive*) y otra menos verídica (*fictive*). En el enfoque que le interesa a Talmy, la lectura literal de una oración atribuye movimiento, mientras que nuestra creencia o percepción sostiene un estado estacionario o inmóvil, como ilustra con el ejemplo: “This fence goes from the plateau to the valley”.

Además, como señala Núñez (2006, p. 171), esta conceptualización en términos dinámicos y de movimiento se realiza de manera inconsciente y sin esfuerzo, probablemente debido a su naturaleza de cognición encarnada, y a menudo no advertimos la inmediatez con que proyectamos estas dinámicas tanto en su forma verídica como en su forma ficticia. Desde luego, hay un estudio extenso por abordar en el ámbito cognitivo y en el marco de la cognición

encarnada (*embodied cognition*) que, por razones de objetivo y extensión, no desarrollaremos en este trabajo.

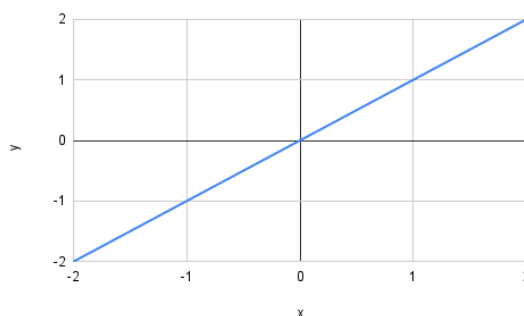
Sin embargo, como se indicó en la introducción, esta propiedad de la cognición encarnada puede utilizarse como un recurso semántico y pragmático para fundamentar la aplicación matemática en términos del movimiento ficticio, que es lo que haremos a continuación.

Ejemplo de aplicación

En matemáticas, diversos conceptos usados para describir una situación tienen un peso metafórico que hace operativa la idea de cambio. Por ejemplo, al hablar de la trayectoria de un punto en el plano cartesiano (noción cuyo carácter metafórico puede ampliarse en Núñez (2006, p. 171)) describimos como si hubiera un desplazamiento continuo, donde el punto “se mueve” a lo largo de una curva al variar una coordenada o un parámetro. En tales casos, el concepto no afirma un movimiento físico real o no lo representa; más bien habilita reglas de parametrización e inferencia que hacen posible calcular, comparar y predecir resultados dentro del modelo.

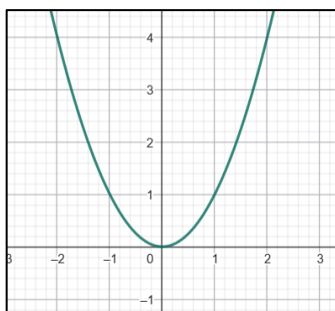
A continuación, mostraremos dos ejemplos sencillos; primero con una recta y luego con una curva, con el fin de mostrar que el movimiento es una regla de representación y posibilita el cálculo y la descripción matemática. Ambos ejemplos remiten a ejercicios explicados por Baldor (1941, pp. 273-298).

Para la recta tenemos la función $f(x) = x$, es decir, $x = y$, donde tomamos los valores para x : -2, -1, 0, 1, 2. Al sustituir esos valores en la función, obtenemos los mismos valores para y : -2, -1, 0, 1, 2, y el conjunto de pares ordenados $\{(-2,-2), (-1,-1), (0,0), (1,1), (2,2)\}$.



Marcando los puntos y uniéndolos como en el gráfico, se obtiene una línea recta con pendiente positiva, por lo que puede describirse como ascendente de izquierda a derecha; si la pendiente fuera negativa, la descripción dinámica sería descendente. Si decimos que el punto se mueve a 45 grados cuando x *aumenta*, aplicamos el concepto de movimiento ficticio; es decir, no hay nada moviéndose en el mundo, lo que hacemos es recorrer, con x como parámetro, las correspondencias en la función $f(x)$.

Consideremos, ahora, el caso de una curva (parábola). Tenemos la función $f(x) = x^2$, tomando los valores para x : -2, -1, 0, 1, 2. En este caso, se multiplica x por sí misma para obtener el valor de y : 4, 1, 0, 1, 4, obteniéndose el conjunto de pares ordenados $\{(-2,4), (-1,1), (0,0), (1,1), (2,4)\}$.



Decimos que “el punto baja hacia el punto en $x = 0$ y luego sube simétricamente”. Así, podemos describir e interpretar la orientación o trayectoria de x cuando decrece o asciende, o indicar como regla si x está cerca de 0 entonces la $f(x) = x^2$ es pequeña o mínima, lo que ayudaría a organizar inferencias de estimación y comparación sin que exista un movimiento físico real.

Esta función orientadora del movimiento ficticio puede verse con más claridad en el análisis de Parkinson-Coombs & Núñez (2023, pp. 16-19) donde indican que, en un estudio de manuales clásicos (Veblen & Young, 1916; Coxeter, 1961; Courant & Robbins, 1996), los autores introducen por convenio el punto del infinito para que las paralelas se corten (eliminar las excepciones y preservar la ley), pero se determina con lenguaje dinámico, es decir, girar una recta hacia la paralela y ver cómo el punto de intersección se aleja hasta el infinito (3.3.1 *The introduction of the point at infinity*). Ese marco dinámico es local y direccional (se gira solo hacia la paralela), y en la práctica lleva a representar el punto en el infinito en un solo extremo de la línea, instruyendo al lector a razonar como si hubiera un

único punto ideal por línea (§3.3.2 *The use of the point at infinity in inference*). Así, el movimiento ficticio no solo instruye, también selecciona y estabiliza una de las construcciones posibles (uno, y no dos puntos en el infinito) y guía qué inferencias se consideran pertinentes en las demostraciones.

¿Cómo ayuda el movimiento ficticio a sustentar T1 y T2?

Para que expresiones como “la curva sube” y “el punto se acerca al origen” tengan sentido, asumimos de forma implícita un trasfondo vivido en el que el cambio, la orientación y el trayecto son familiares por experiencia. Así, en ese mundo cotidiano –donde caminamos de un lugar a otro, seguimos ríos o rastreamos objetos– el lenguaje dispone de recursos para figurar dinámicamente relaciones estáticas. En ese sentido, el movimiento ficticio nombra precisamente ese recurso, donde describimos configuraciones inmóviles como si desplegaran un recorrido, no para comprometer una ontología del movimiento, sino para estabilizar la atención, fijar direcciones y ordenar inferencias sobre crecimiento, aproximación y simetrías.

Desde esta base experiencial y encarnada, el lenguaje dinámico funciona como herramienta descriptiva, ya que permite describir o explicar la parametrización de una función o dominio, realizar comparaciones entre valores y puntos referenciales (más/menos, antes/después), o anticipar resultados o valores usando los términos de tendencias, tasas, etc. En ese sentido, cuando representamos $f(x) = x$ o $f(x) = x^2$ y hablamos de “bajar” hacia un mínimo o de “subir” con pendiente constante, lo que hacemos es importar a la notación matemática esquemas o patrones de orientación aprendidos en la práctica, con los que la descripción se vuelve operativa y aplicable en contextos diversos.

Modelo inferencial en la aplicación matemática

Para organizar sistemáticamente este retorno al mundo empírico, se ha propuesto un modelo inferencial que divide el proceso en tres momentos —inmersión, derivación e interpretación— y que estructura la explicación de cómo la aplicabilidad es condición de posibilidad de la abstracción.

¿Qué significa aplicar en matemática?

En el uso cotidiano, aplicar una fórmula matemática parece ser un acto mecánico y automático donde se toma una expresión formal ya establecida y se la emplea en una situación concreta para obtener un resultado. Sin embargo, esta descripción ligera no da cuenta del trasfondo cognitivo y epistémico que hace posible dicha aplicación. La pregunta por lo que realmente significa aplicar en matemática nos obliga a examinar tanto las condiciones prácticas que hacen posible la operación como el origen de las teorías o formalidades que se aplican.

En primera instancia, conviene distinguir dos usos del concepto de “descripción”. Descripción formal de la matemática, donde enunciamos relaciones dentro de un sistema formal ($2 + 2 = 4$ en aritmética), y la descripción de un hecho empírico con lenguaje matemático, en la que decimos lo ocurrido cuando juntamos dos y dos manzanas para obtener cuatro manzanas.

En esta línea, puede decirse que las teorías ofrecen descripciones idealizadas de los fenómenos, es decir, muestran cómo se comportarían ciertos fenómenos si determinados parámetros desestimados no intervinieran, razón por la cual su verdad no debe entenderse de manera literal, sino como dependiente del alcance idealizado de la teoría (Díez & Moulines, 2020, p. 363). Ahora bien, aplicar en matemática sería usar una regla o una teoría para obtener consecuencias sobre un caso empírico, para predecir o estimar. En física, por ejemplo, la fórmula de la velocidad media ($v = d/t$) no inventa el movimiento, sino que estabiliza una regularidad observada, donde un cuerpo que recorre más distancia en menos tiempo será más rápido. Sin embargo, aquí la noción de rapidez está encarnada en experiencias como caminar, correr o lanzar un objeto. Cuando aplicamos la fórmula estamos reconociendo con precisión simbólica una relación práctica ya comprendida.

Así pues, en ambos ejemplos no se da un simple traslado de teoría a práctica; ocurre, más bien, una reactivación de un esquema de acción que ya era operativo antes de su formulación. En ese sentido, la aplicación no es un segundo momento, sino una dimensión originaria que precede y fundamenta la construcción teórica.

En *Investigaciones Filosóficas*, Wittgenstein (2017) insiste en que el uso de una regla no se basa en una interpretación previa, sino en una práctica compartida: “Seguir una regla, hacer una declaración, dar una orden, jugar una partida de ajedrez son *costumbres* (usos,

instituciones).” (§199) Por lo tanto, para Wittgenstein, la regla no tiene sentido fuera de su uso, y ese uso no depende de una justificación teórica. Cuando aplicamos una fórmula, no estamos derivando algo nuevo, sino reiterando una forma de actuar que ya sabíamos seguir. La fórmula es, en ese sentido, un “mapa petrificado” de una práctica anterior.

Lakoff & Núñez (2000) sostienen que comprender un símbolo matemático implica asociarlo con un concepto significativo para la cognición humana, y que la matemática se apoya en capacidades encarnadas como la subitización y la organización conceptual de la experiencia.

De acuerdo con lo anterior, el acto de aplicar una regla matemática sería, en este marco, la proyección de una conceptualización encarnada sobre un escenario empírico. Por ejemplo, la noción de “suma”, no surge de una definición abstracta, sino de operaciones concretas como agrupar objetos, caminar una distancia, o ver cantidades unidas. Aplicar una regla formal es, en ese sentido, recordar un esquema primario de interacción corporal con el mundo, elevado a una representación (forma) simbólica.

Así pues, la implicación de estas posiciones es muy clara: la aplicabilidad matemática no es una función posterior de la teoría, sino su condición misma de posibilidad. Si una fórmula puede aplicarse al mundo, no es porque fue construida en abstracto y luego se ajustó casualmente a la realidad, sino porque ya codificaba reglas prácticas que emergieron de regularidades experienciales previas.

Presentación del esquema original

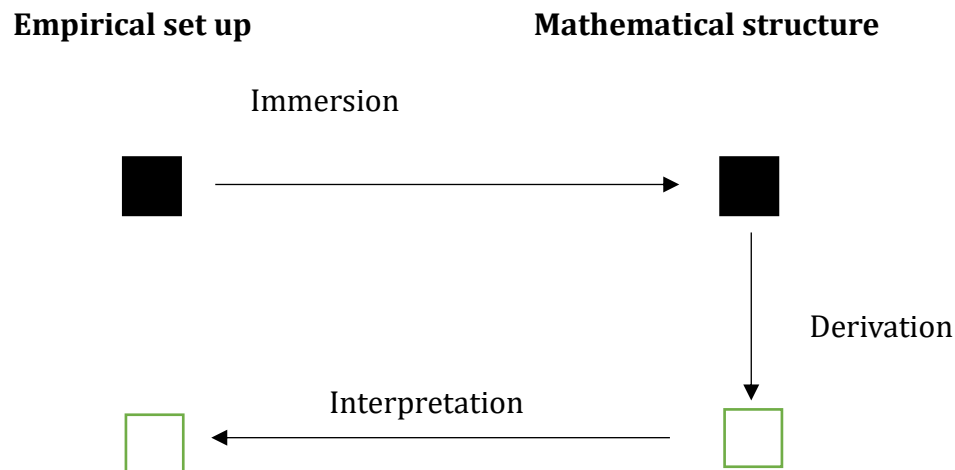
Un esquema muy influyente para explicar la aplicabilidad de la matemática es el propuesto por Otávio Bueno & Mark Colyvan (2011) bajo el título *The Inferential Conception of Applied Mathematics*. Este esquema o modelo plantea que la aplicación de las matemáticas a contextos empíricos no debe entenderse como un proceso de mapeo estructural entre dominios formales y reales sino como una serie de pasos inferenciales que se desarrollan en tres momentos: inmersión, derivación e interpretación.

La etapa de inmersión consiste en relacionar un fenómeno empírico con una estructura matemática adecuada; la etapa de derivación se limita a la manipulación interna del formalismo (presentada como un proceso puramente simbólico y autónomo); y la etapa

de interpretación refiere al paso final en el que se extraen consecuencias empíricas de los resultados formales obtenidos.

En este esquema, la novedad radica en incorporar consideraciones pragmáticas en las etapas de inmersión e interpretación, como la selección de idealizaciones o la exclusión contextual de soluciones formalmente válidas, pero físicamente irrelevantes. Sin embargo, según los autores, la etapa de derivación permanece estrictamente formal, entendida como “empuje simbólico” sin intervención del contexto o de decisiones prácticas.

Figura 1. Concepción inferencial de la matemática aplicada.



Fuente: tomada de Bueno & Colyvan (2011, p. 353).

Frente al *mapping account*, el modelo inferencial no solo describe una correspondencia entre estructura empírica y una estructura formal, también explica cómo se llega a la estructura que será mapeada y por qué ciertas operaciones se permiten o se excluyen en la derivación. Dicho de otra manera, mientras el *mapping account* hace depender la aplicación de relaciones matemáticas que están en el dominio formal y de relaciones físicas presentes en la situación empírica, el modelo inferencial intenta explicar además cómo se fijan esas relaciones y por qué se consideran oportunas (Pincock, 2004, p. 70). Aunque el *mapping* pueda registrar alineaciones una vez fijados los elementos relevantes, aun así deja oculta o no aclara decisiones en la inmersión sobre qué idealizar y qué variables descartar. En ese sentido, el modelo inferencial muestra su ventaja explicativa.

Matización pragmática

La concepción del enfoque inferencial descrita ha sido matizada por José Antonio Pérez Escobar, quien argumenta que el esquema de Bueno & Colyvan (2011) no da cuenta completa del papel que desempeñan las consideraciones pragmáticas en el proceso inferencial. En *The role of pragmatic considerations during mathematical derivation in the applicability of mathematics*, Pérez Escobar (2024) sostiene que también en la etapa de derivación se toman decisiones pragmáticas, y que estas decisiones no son simplemente errores o irregularidades, sino parte constitutiva de la práctica matemática misma. Así, muestra ejemplos donde ciertas operaciones formalmente posibles (como el uso de la función delta de Dirac fuera de un integral) son deliberadamente evitadas por la comunidad científica debido a razones prácticas o convenciones internas de uso. En ese sentido, se revela que incluso en la etapa de derivación, supuestamente puramente formal, actúan criterios de entrenamiento y aceptabilidad. Inspirado en el Wittgenstein tardío, el autor cuestiona la idea de que las reglas matemáticas impongan un único camino deductivo, argumentando que el seguimiento de reglas está siempre subdeterminado por los símbolos y guiado por hábitos, formas de vida y contextos sociales específicos.

¿Cómo el modelo inferencial apoya T3?

Lo que se pretende en este apartado es mostrar cómo se completa el ciclo inferencial, siguiendo el esquema de *The Inferential Conception of Applied Mathematics*. Es decir, estamos señalando que esa abstracción, una vez fijada como esquema –como regla operativa o forma de uso estabilizada– a, permite y hace posible la aplicación. Lo que antes era un proceso de extracción desde lo empírico, ahora se convierte en el soporte desde el cual se aplica la matemática al mundo. En este caso, y siguiendo la perspectiva de Pérez Escobar (2024):

- i. El esquema está presente en la inmersión, para saber qué regla formal o procedimiento simbólico usar.
- ii. Actúa durante la derivación, para saber qué se puede hacer con ella.
- iii. Guía la interpretación, para decidir cómo traducir el resultado al fenómeno.

Así, desde la lectura pragmática de Pérez Escobar, esto se articula con claridad, debido a que ninguna etapa del proceso de aplicación está exenta de decisiones situadas. Incluso la derivación formal se apoya en hábitos técnicos, convenciones históricas y esquemas de

entrenamiento. Además, lo que se deriva matemáticamente tiene sentido porque ha sido previamente preparado por una organización práctica de la situación, en la que ya se anticipa qué se puede derivar, qué se debe omitir y cómo se interpretará el resultado.

Hinges wittgensteinianos como presupuestos tácitos de la aplicabilidad matemática

El concepto de *hinge* en Wittgenstein (1969) designa enunciados y prácticas de base que no se justifican dentro del juego de lenguaje, pero sin los cuales la justificación misma no puede comenzar. Como sugiere la metáfora usada por Wittgenstein, si la puerta ha de girar, algo debe permanecer fijo; del mismo modo, la investigación y la justificación solo avanzan porque ciertos puntos de apoyo no se reabren en cada paso (Wittgenstein, 1969, p. 348). Además, estos *hinges* no se corrigen ante contraejemplos empíricos puntuales, sino que más bien, regulan cómo interpretamos y corregimos la situación empírica.

Trasladado al quehacer matemático, hablamos de certezas operativas que se asumen en la práctica; por ejemplo, que puedo sustituir iguales por iguales; que las operaciones elementales se aplican según reglas estabilizadas; que en geometría euclidiana las traslaciones y rotaciones preservan distancias y áreas (como veremos en los ejemplos), que una unidad de medida acordada permite comparar magnitudes. Por eso, la certeza matemática no debe oponerse a la incertidumbre empírica, pues también la proposición matemática surge de una serie de acciones de la vida ordinaria y expuestas, en cierto grado, al olvido, al descuido o a la ilusión (Wittgenstein, 1969, p. 654). Así, estos *hinges* no son tesis ontológicas, sino puntos de apoyo de uso que hacen posible calcular, demostrar y enseñar sin una regresión infinita de razones. En este sentido, los *hinges* anclan los marcos semánticos, porque fijan de entrada qué cuenta como igual, distancia, área, medida o sustitución válida, y por eso los marcos pueden activarse con sentido.

Ejemplos de aplicación

Aritmética elemental

Cuando operamos con $2 + 2 = 4$, o reemplazamos una expresión por otra que designa lo mismo (el valor de la fórmula no cambia), no justificamos cada vez los axiomas, y por eso la demostración avanza sin tener que justificar ese reemplazo en cada paso. Ese proceder funciona como un *hinge*, ya que permite que una cadena de cuentas o una demostración

elemental avance sin probar en cada paso la operación de sumar, asociar o sustituir. Por lo tanto, la regla formal que usamos es una regla petrificada de prácticas previas, y su aplicabilidad cotidiana descansa en que ciertas permisibilidades no se discuten caso por caso. Además, lo importante a destacar aquí es que el *hinge* regula la situación empírica, no al contrario. Si tomamos un caso cotidiano: al contar dos lápices y luego añadir otros dos, no justificamos nuevamente qué cuenta como “uno”, qué significa «añadir» ni por qué el resultado puede expresarse como 4. Esos presupuestos funcionan como hinges, porque permiten que la operación avance sin tener que reabrir en cada caso las condiciones básicas del conteo, la suma y la igualdad.

Geometría y medición: reordenar cajas en un plano euclidiano

Consideremos el siguiente escenario: seis cajas dentro de un área disponible de 2m^2 ; las cajas en conjunto ocupan 1.5m^2 , de modo que sobran 0.5m^2 . Así, queremos optimizar su disposición, es decir, aprovechar mejor el espacio. Aunque el sujeto sea una persona o un sistema automatizado, la operación se apoya en *hinges* (denotados como H) matemáticos explícitos:

- (i) H1. Espacio euclidiano de área: trabajamos en un plano euclidiano con unidad m^2 ; el área es aditiva (siempre que las cajas no se superpongan) e invariante bajo movimientos rígidos (traslaciones y rotaciones). El total de las cajas es 1.5m^2 y el espacio total es 2m^2 .
- (ii) H2. Unidad de medida estable: la unidad de medida m^2 está fijado y permite comparar y sumar áreas.
- (iii) H3. Descomposición y recomposición: aquí podemos descomponer las cajas y recomponerlas sin pérdida de área en el plano euclidiano.

Por lo tanto, con H1 y H3 no necesitamos justificar en cada paso por qué esta reubicación o descomposición no cambia el área, en ese caso, procedemos sobre certezas de uso. Así, podemos comparar configuraciones, inferir que cierto reacomodo aprovecha los 0.5m^2 libres, y razonar sobre cuál sería la mejor o peor disposición sin construir una teoría desde cero. Es exactamente aquí donde los *hinges* potencian el marco semántico de la situación, sobre medir, componer, alinear y aprovechar el espacio, y se anclan en reglas de uso que no “re-demostramos”.

¿Cómo los hings sustentan T1, T2 y T3?

Los *hinges* funcionan como el anclaje práctico que hace operativos los marcos semánticos de medida, igualdad y congruencia, ya que fijan de entrada qué cuenta como unidad y qué transformaciones no alteran lo establecido. Gracias a ese trasfondo no disputado los marcos de medición y de comparación pueden activarse con sentido, y las reglas formales encuentran dónde aplicarse. Es decir, los *hinges* no prueban nada, permiten que la prueba empiece; no describen el mundo, abren el espacio semántico para describirlo. Por eso su papel respalda la Tesis 2, donde la matemática abstracta se sostiene en convenciones encarnadas y lingüísticas previas (marcos) que solo funcionan porque descansan en certezas de uso no puestas en duda (*hinges*). A la vez, refuerza la Tesis 1, donde la aplicación no es neutral, y depende de esas operaciones tácitas, y recorre a lo largo del ciclo de la Tesis 3: en la inmersión (¿qué idealizaciones damos por válidas?), en la derivación (¿qué reemplazos se admiten sin re-justificación?) y en la interpretación (¿qué equivalencias consideramos aceptables?).

Sinergias para la aplicabilidad matemática

Las herramientas presentadas en cada una de las secciones para defender las tesis generales no se comprenden de manera separada, aunque su conceptualización sea distinta; consideradas en conjunto, los esquemas pragmáticos, los marcos semánticos, los movimientos ficticios, los *hinges* y el modelo inferencial no rivalizan, sino que se enlazan.

Los esquemas describen hábitos de organización práctica que anteceden a toda formalización; los marcos afinan esa organización señalando qué variables, roles y relaciones quedan disponibles para ser simbolizadas; el movimiento ficticio aporta reglas de representación que hacen operativa la noción de cambio y dirección en configuraciones estáticas; los *hinges* fijan permisibilidades tácitas que permiten proceder sin una regresión justificada; y el modelo inferencial ordena el ciclo inmersión–derivación–interpretación, en el que esas piezas actúan en cada fase.

Ahora bien, aunque a nivel conceptual puedan existir diferentes tensiones entre las diferentes herramientas, las mismas pueden ser solventadas explicando, el alcance en paralelo, para luego dar razón de en cuál punto se encuentran para sustentar la sinergia entre

los mismos elementos. Podemos realizar comparaciones por pares, a fin de que la explicación y la comparación entre conceptos sea más precisa.

Para comenzar, entre marcos semánticos y esquemas pragmáticos, la tensión radicaría en una posible redundancia, ya que en ambos se organiza la experiencia. Sin embargo, el alcance es distinto, ya que el esquema es la pauta práctica amplia (por ejemplo, equilibrar cargas en la ley de la palanca), mientras el marco es la articulación semántica local de esa pauta, como la inclusión de roles (fulcro, brazo, cargas), o relaciones entre los elementos (distancia, peso, etc.).

Sucede algo interesante entre los marcos semánticos y el concepto de *hinge*, porque como los marcos son convencionales y revisables, los *hinges* son certezas de uso que no se discuten; sin embargo, existe una complementariedad de manera jerárquica, donde los *hinges* fijan permisibilidades de base en cuanto a las relaciones matemáticas de igualdad, medida e invariancia, y los marcos semánticos operan dentro de ese territorio para organizar la escena correcta. Por así decirlo, los *hinges* anclan, y los marcos semánticos van a estructurar la escena sobre ese anclaje.

Por otro lado, los movimientos ficticios frente a los marcos semánticos podrían entenderse como una metáfora externa a los *frames*. Para evitar eso, los movimientos ficticios deben ser tratados como un recurso representacional dentro de un marco semántico, ya que perfila de manera dinámica relaciones estáticas sin modificar su estatus ontológico. Por ejemplo, en una gráfica (estática) de función, referida como un marco, la aserción “la curva sube” perfila una dirección, lo cual quiere decir que el movimiento ficticio dinamiza el marco para guiar inferencias sin postular movimientos reales.

Con relación a los esquemas pragmáticos en comparación con los *hinges*, ambos pueden parecer marcos previos donde incluso reglan la acción. Aun así, puede existir un grado de revisión; es decir, un esquema pragmático es revisable e incluso ampliable, pero el *hinge* funciona como punto de apoyo no cuestionado, en tanto, serían los enlaces menos revisables dentro de una red de esquemas prácticos.

Si comparamos los esquemas pragmáticos con los movimientos ficticios, la denominación sobre recorrido y orientación dentro de un esquema podría confundirse con el lenguaje dinámico. Sin embargo, un esquema pragmático refiere a una pauta práctica, como seguir trayectorias, comparaciones de antes y después; en cambio, el movimiento

ficticio sería la regla representacional que da la pauta operativa en la notación matemática. Por lo tanto, el movimiento ficticio le otorga orientación dinámica al esquema a través del registro simbólico.

Con relación al modelo inferencial y los *hinges*, la posible tensión estaría en que el primero enumera pasos explícitos, mientras que los segundos son tácitos. Pero los *hinges* hacen posible operar en cada fase del modelo inferencial: en la inmersión, se asume una unidad de medida estable; en la derivación, se presupone la validez de la sustitución por iguales y de ciertas reglas admitidas de transformación; y, en la interpretación, orientan los criterios de relevancia y descarte de soluciones no pertinentes. Así, aunque el modelo ordena el proceso, los *hinges* lo hacen practicable sin una regresión constante o justificada. Por otro lado, realizando la comparación entre el modelo inferencial con los marcos semánticos, la fricción estaría en la coincidencia de funciones en el proceso de inmersión e interpretación. Pero los marcos semánticos preparan el terreno para el análisis, esto es, que en la inmersión se seleccionan variables y roles que se idealizan o se ignoran. En la derivación, ayudan a decidir qué pasos de cálculo conviene hacer y cuáles no. En la interpretación, orientan como leer el resultado a través de unidades de medición, opciones de acuerdo con los resultados y en qué condiciones las respuestas son válidas. Por lo tanto, los marcos semánticos de alguna forma nutren al modelo inferencial, determinando qué cuenta como variable, parámetro y relación pertinente en cada fase.

Conclusión

A lo largo de este trabajo se ha defendido que la relación entre matemática y mundo empírico no debe entenderse como una aplicación posterior de una teoría ya constituida, sino como un proceso en el que la práctica cumple una función originaria. Antes de que una fórmula pueda aplicarse, debe existir un marco previo que permita reconocer qué cuenta como unidad, medida, distancia, equivalencia, transformación o resultado aceptable. En este sentido, la aplicación de la matemática no comienza con la correspondencia entre una estructura formal y una situación empírica, sino con una organización pragmática y semántica de la experiencia.

Los esquemas pragmáticos, los marcos semánticos, el movimiento ficticio, el modelo inferencial y los *hinges* wittgensteinianos permiten mostrar distintos aspectos de este

proceso. Los esquemas orientan la selección de lo relevante; los marcos semánticos hacen inteligible aquello que será descrito o modelado; el movimiento ficticio introduce recursos dinámicos para operar sobre configuraciones estáticas; el modelo inferencial permite comprender la aplicación como un ciclo de inmersión, derivación e interpretación; y los *hinges* funcionan como presupuestos tácitos que hacen posible proceder sin justificar cada paso desde cero.

La formalización matemática no queda negada ni debilitada, sino situada dentro de las prácticas que la hacen operativa. La tesis defendida no consiste en reducir la matemática a la experiencia empírica, sino en mostrar que su aplicación depende de condiciones previas de uso, interpretación y aceptabilidad. Así, la matemática puede alcanzar altos niveles de abstracción precisamente porque se apoya en prácticas que permiten estabilizar reglas, proyectarlas formalmente y volver a aplicarlas en contextos diversos.

Referencias bibliográficas

- Baldor, A. (1941). *Algebra*. Publicaciones Cultural, S.A.
- Bueno, O., & Colyvan, M. (2011). *An inferential conception of the application of mathematics*. *Nous*, 45(2), 345–374.
- Cartwright, N. (1983). *How the laws of physics lie*. Clarendon Press.
- Díez, J. & Moulines, U. (2020). *Fundamentos de Filosofía de la Ciencia*. Ariel.
- Fillmore, C. J. (1976). Frame semantics and the nature of language. *Annals of the New York Academy of Sciences*, 280, 20–32.
- Fisseni, B., Sarikaya, D., & Schröder, B. (2023). *How to frame innovation in mathematics*. *Synthese*, 202, Article 108.
- Frege, G. (1973). *Los fundamentos de la aritmética: Investigación lógico-matemática sobre el concepto de número* (U. Moulines, Trad.; 2.^a ed.). Editorial Laia.
- Kant, I. (2009). *Crítica de la razón pura* (M. Caimi, Trad.; ed. bilingüe). Fondo de Cultura Económica – Universidad Autónoma Metropolitana – Universidad Nacional Autónoma de México.
- Katz, V. J. (2009). *A history of mathematics: An introduction* (3rd ed.). Addison-Wesley.
- Lakatos, I. (1978). *Pruebas y refutaciones*. Alianza Editorial.
- Lakoff, G., & Núñez, R. (2000). *Where Mathematics Comes From: How the Embodied Mind Brings Mathematics Into Being*. Basic Books.

- Núñez, R. (2006). *Do real numbers really move? Language, thought, and gesture: The embodied cognitive foundations of mathematics*. En R. Hersh (Ed.), 18 Unconventional Essays on the Nature of Mathematics (pp. 160–181). Springer.
- Parkinson-Coombs, O., & Núñez, R. (2023). Realism and the point at infinity: The end of the line? *Synthese*, 202, Article 81. <https://doi.org/10.1007/s11229-023-04228-w>
- Pérez Escobar, J. A. (2024). The role of pragmatic considerations during mathematical derivation in the applicability of mathematics. *Philosophical Investigations*, 47(4), 543–557.
- Petruck, M. R. L. (2022). Frame semantics. En J. Verschueren & J.-O. Östman (Eds.), *Handbook of Pragmatics* (pp. 1–13). John Benjamins Publishing Company.
- Pincock, C. (2004). A revealing flaw in Colyvan’s indispensability argument. *Philosophy of Science*, 71(1), 61–79.
- Reinboth, T., & Farkaš, I. (2022). Ultimate grounding of abstract concepts: A graded account. *Journal of Cognition*, 5(1), 21, 1–26.
- Steiner, M. (1998). *The applicability of mathematics as a philosophical problem*. Harvard University Press.
- Talmy, L. (2000). *Toward a cognitive semantics. Vol. 1: Concept structuring systems*. MIT Press. (Cap. 2, Fictive Motion in Language and ‘Ception’, pp. 99–175).
- Wittgenstein, L. (1969). *On Certainty* (G. E. M. Anscombe & G. H. von Wright, Eds.; D. Paul & G. E. M. Anscombe, Trans.). Basil Blackwell.
- Wittgenstein, L. (2017). *Investigaciones filosóficas*. Editorial Trotta.