



## INTUICIÓN Y MATEMÁTICAS. UNA INTERPRETACIÓN A PARTIR DE LA CRÍTICA DE LA RAZÓN PURA DE I. KANT

## INTUITION AND MATHEMATICS. AN INTERPRETATION FROM I. KANT'S CRITIQUE OF PURE REASON

Carlos Falcón

Universidad Nacional de Educación a Distancia (UNED), España

[cfalcon29@alumno.uned.es](mailto:cfalcon29@alumno.uned.es)

<https://orcid.org/0009-0004-3414-6646>

DOI <https://doi.org/10.48204/2805-1815.6092>

INFORMACIÓN DEL ARTÍCULO	ABSTRACT/RESUMEN
<p>Recibido el: 24/07/2024 Aceptado el: 11/09/2024</p> <p><i>Keywords:</i> Epistemology, intuition, mathematics, space, time</p> <p><i>Palabras clave:</i> Epistemología, intuición, matemáticas, espacio, tiempo</p>	<p><b>Abstract:</b> Abstract: this essay investigates why we intuit and do mathematics from the perspective of Kant's Critique of Pure Reason, focusing on The Discipline of Pure Reason in its Dogmatic Use. It examines how the pure intuitions of space and time provide an essential framework for the construction of mathematical concepts, ensuring their necessity and universality. Although Kant argues that these intuitions are necessary conditions, we argue that it is the development and formalization of mathematical language that truly concretizes and objectifies these intuitions. Additionally, it analyses how philosophy, by changing its method, can address more abstract concepts without suppressing pure intuitions. Finally, the close relationship between pure intuitions and mathematical construction allows us to visualize a framework of understanding between the cognizant subject and mathematical calculation. This framework acknowledges the possibility that any human being, who inherently possesses these intuitions, can construct mathematical concepts.</p> <p><b>Resumen:</b> Este ensayo investiga por qué intuimos y hacemos matemáticas desde la perspectiva de la Crítica de la Razón Pura de Kant, centrándose en La Disciplina de la Razón Pura en su Uso Dogmático. Examina cómo las intuiciones puras de espacio y tiempo proporcionan un marco esencial para</p>

:	la construcción de conceptos matemáticos, asegurando su necesidad y universalidad. Aunque Kant argumenta que estas intuiciones son condiciones necesarias, nosotros sostenemos que es el desarrollo y la formalización del lenguaje matemático lo que realmente concretiza y objetiva estas intuiciones. Además, se analiza cómo la filosofía, al cambiar su método, puede abordar conceptos más abstractos sin suprimir las intuiciones puras. Finalmente, la estrecha relación entre las intuiciones puras y la construcción matemática nos permite visualizar un marco de entendimiento entre el sujeto cognoscente y el cálculo matemático. Este marco reconoce la posibilidad de que cualquier ser humano, que inherentemente posee estas intuiciones, pueda construir conceptos matemáticos
---	---

## Introducción

La relación entre la intuición y la matemática ha sido un tema central en la filosofía, especialmente en la obra de Immanuel Kant. A partir de su *Crítica de la Razón Pura*, plantea que las intuiciones de espacio y tiempo son elementales para todo conocimiento humano. Estas no solo ordenan nuestras percepciones, sino que también establecen un marco primario para que podamos construir conceptos matemáticos. Al entender cómo estas intuiciones operan, podemos empezar a dilucidar los procesos cognitivos que subyacen a la matemática.

Así pues, el filósofo alemán desafió la noción tradicional de que la matemática es una mera creación abstracta independiente de la experiencia. En cambio, propuso que la matemática está profundamente arraigada en nuestras intuiciones sensibles. Por lo tanto, va a sugerir que el origen del conocimiento matemático no es exclusivamente lógico, sino que depende de cómo estructuramos y entendemos nuestra experiencia del mundo a través de estas intuiciones.

Este trabajo explora cómo las intuiciones puras no solo facilitan la percepción del mundo, sino que además permiten la formulación de conceptos matemáticos, como necesarios y universales. Es necesario aclarar que, si bien se trata de un análisis general y pretende ser conciso, la exploración procura ser breve pero no superficial, tratando de ofrecer una visión coherente de la relación entre intuición y matemática, sin pretender una profundización exhaustiva. Aclarando esto, en ese sentido se aspira revelar (desde el punto de vista kantiano) que el acto de hacer matemáticas es inseparable de nuestra capacidad para intuir.

Por otro lado, se abordará la idea de que el lenguaje matemático, en su proceso evolutivo y de formalización, no solo intenta reflejar nuestras intuiciones, sino que también las expande y la transforma en un conocimiento aplicable. En ese sentido, la intersección entre intuición y lenguaje matemático vendría a ser una cuestión central en este contexto para tratar de comprender como construimos y aplicamos el conocimiento en contextos teóricos y prácticos. Por lo tanto, este análisis permitirá apreciar en primera instancia el pensamiento kantiano y su relación con la epistemología matemática.

## ¿Por qué intuimos?

En este ensayo, preguntarse acerca del porqué intuimos y porqué hacemos matemáticas dentro del marco de la disciplina de la razón pura en el uso dogmático en la *Crítica de la razón pura* de Kant, no trata de responder directamente a uno de los cuestionamientos centrales de su propuesta: ¿Cómo son posibles los juicios sintéticos a priori? o ¿Cómo son estos posibles en la matemática pura? Aunque nuestra pregunta se deriva en gran parte de los cuestionamientos de Kant y el desarrollo de nuestra indagación conlleva una estrecha relación con la base epistemológica kantiana, nuestra intención es reflexionar sobre cómo, a partir de nuestras intuiciones puras, es posible que construyamos conceptos matemáticos. El objetivo es examinar la relación epistemológica entre las intuiciones puras y el método matemático (más allá de lo explicado por el filósofo alemán) que permite al sujeto hacer construcciones de conceptos matemáticos.

Es importante destacar que no se trata de indagar sobre el origen metafísico u ontológico de la matemática, es decir, si son una invención del sujeto o entidades eternas según el platonismo. Queremos aproximarnos a cómo estos conceptos pueden tener necesidad y universalidad tanto en la mente (objetos abstractos) como en la realidad física o material (objetos físicos); es decir, desde las intuiciones que los posibilita que sean universales y necesarios y no de otro modo.

Uno de los principales elementos a favor es el de la sensibilidad (explicado en la *Estética Trascendental*); básicamente sin la sensibilidad no podemos percibir las cosas

en el espacio y el tiempo y, por ende, construir en la intuición pura conceptos matemáticos (triángulo, cuadrado,  $7+5=12$ ). A partir de esta premisa, si no percibimos lo que llamamos mundo mediante la sensibilidad no podremos conocer lo que hay en él, de una manera ordenada.

Ahora bien, ¿qué nos proporcionan las intuiciones puras según Kant? Nos dice que son las condiciones a priori de la sensibilidad. Como intuiciones puras, realizan la síntesis de todos los fenómenos que percibimos a través de la sensibilidad, ordenándolos en un espacio y un tiempo (Allison, 1992, pp.142-153). Podemos decir que tiene la sensación de algo X, y que ese algo X está en un espacio y un tiempo. La intuición empírica por sí sola no dará la respuesta para poder emitir un juicio que exprese lo preciso y ordenado sobre ese algo. Allí es donde entra la intuición pura para poder representar o exhibir el concepto. Para ello, necesito un lenguaje (previamente aprendido) que pueda representarlo y, por tanto, sea comprensible. Sin embargo, primero se requiere el contacto con lo sensible, donde luego, sumando el aprendizaje del lenguaje matemático y a partir de esa internalización de conceptos, nuestra mente está preparada para intuir y representar los conceptos.

De lo anterior, podemos afirmar lo siguiente:

1. La estructura de la mente es una *conditio sine qua non* del sujeto para su desarrollo cognitivo y epistemológico.
2. Es *conditio sine qua non*, primero aprender un lenguaje para poder expresarlo. Esto es harto obvio. Pero el lenguaje matemático no es cualquier lenguaje; conlleva elementos de necesidad y universalidad en sus enunciados.

Ahora bien, ¿qué relación existe entre lo ordenado de las intuiciones puras y lo ordenado de los enunciados matemáticos? ¿Los enunciados matemáticos deben adecuarse a la estructura de la mente? Las intuiciones puras no se expresan por sí solas; llamamos tiempo y espacio en el enfoque kantiano porque, según él, la aritmética representa el tiempo y la geometría el espacio. Ya Kant sabía esto, entonces le está otorgando un adjetivo a las intuiciones puras, o una descripción.

## ¿Por qué hacemos matemáticas?

Todo método implica un proceso que debe llevarse a cabo de manera ordenada y sistemática. El método de la matemática que Kant explica, en contraste con el concepto filosófico, es parte del proceso cognoscitivo que se encuentra implícito en el sujeto para la construcción, desde las condiciones sensibles y las intuiciones que se encuentran en la mente. Kant no necesitaba detallar cómo es el proceso en sí mismo porque esa exposición no responde al fundamento del método; su respuesta es directa: espacio y tiempo, como intuiciones puras, posibilitan la construcción de objetos matemáticos.

Volvemos a indicar que espacio y tiempo ordenan fenómenos en su síntesis, y respondiendo a la segunda pregunta que finaliza el apartado anterior, comprendemos tal ordenamiento a través de los principios de la lógica clásica: principio de no contradicción, principio de identidad y principio de tercero excluido (Aristóteles, 1995; 1998). Esto lo representamos a través de una notación aritmética:  $7+5=12$ ; o mediante un objeto geométrico: la representación de un triángulo equilátero. De forma rudimentaria o medición informal podemos medir distancias usando los pies o las manos u otras herramientas, donde el resultado de esa distancia será universal. Existen entonces diferentes formas de representar el tiempo y el espacio, la sucesión y la simultaneidad. De hecho, la ciencia matemática siempre evoluciona en sus métodos y cálculos. Descartes sintetizó brillantemente la geometría euclidiana, convirtiéndola en geometría analítica al introducir el uso de coordenadas y el álgebra para describir las formas geométricas, haciendo así la geometría comprensible y manejable a través de la aritmética. (Cosy, 1984, pp. 125-128)

De igual manera sucede con la lógica, ya que debe ofrecer una explicación de la noción de inferencia o argumento válido (Criado & Martínez, 2008); además, debe contener en su estructura los tres principios lógicos para que sea válido en su formalización, y también verdadero si requiriera ser contrastado en la experiencia. Y así, la lógica ha avanzado y evolucionado en su formalización desde Aristóteles hasta Frege, y ha continuado. Pero estas afirmaciones sobre la matemática y la lógica no nos están

diciendo nada acerca de la estructura real de la mente o de las intuiciones puras. Lo que Kant nos dice sobre ellas es que debemos presuponer la representación del espacio para que las sensaciones y fenómenos se puedan representar de forma externa (Kant, 2009, A23-24/B38-39). Pero esto conjetura una estructura formal a priori de cómo representarnos el espacio, quedando la aritmética y la geometría para el trabajo del cálculo matemático.

De acuerdo con Kant, la matemática construye no solo cantidades determinadas (quanta) en la geometría, sino también la cantidad en abstracto (quantitas) en la aritmética y el álgebra (Kant, 2009, B745). Estos dos aspectos pueden combinarse, como cuando usamos el álgebra para calcular las dimensiones de un triángulo. Esto es así, pero insistimos en que llegamos a comprender la posición y relación de los objetos unos con otros mediante las analogías de la experiencia y las reglas que las explican. Es decir, es el lenguaje de la matemática, su formalización y sus técnicas es lo que nos hace comprender el mundo.

Aquí surge la cuestión central de nuestra interrogante: ¿qué influencia ejercen las intuiciones puras para que esto sea posible? Aunque Kant sostiene que las intuiciones puras de espacio y tiempo son condiciones necesarias para la posibilidad del conocimiento matemático, podríamos decir que es el lenguaje matemático, desarrollado y formalizado a lo largo de la historia, el que realmente ordena y estructura nuestra comprensión del mundo. Las intuiciones pueden facilitar un marco inicial, pero es el rigor y la precisión del lenguaje matemático lo que permite la expansión y aplicación del conocimiento matemático, facilitando la abstracción y el análisis que son esenciales para la ciencia.

Asimismo, cuando Kant sostiene que “La rigurosa exactitud de la matemática se basa en definiciones, axiomas, demostraciones.” (Kant, 2009, A727/B755), está afirmando cómo estos elementos son parte fundamental del método del conocimiento matemático. Estos componentes no solo estructuran el proceso de descubrimiento y prueba dentro de la matemática, sino que también aseguran su precisión y exactitud.

Aunque estamos de acuerdo con Kant en que la eficacia de los elementos del método matemático también depende de la estructura de la mente humana y las intuiciones puras de espacio y tiempo que posibilitan la construcción de conceptos matemáticos, el método matemático y sus elementos nos dicen más sobre la construcción y evolución del lenguaje matemático en sí, que sobre las intuiciones puras y la estructura de la mente. En la “Estética Trascendental” (Kant, 2009, A36/B53), Kant sostiene que el espacio y el tiempo son ideales en sentido trascendental (condiciones de posibilidad). Sin embargo, estas formas se convierten en reales u objetivas en sentido kantiano cuando aplicamos la matemática o el conocimiento matemático.

En otras palabras, mientras que las intuiciones puras de espacio y tiempo proporcionan un marco a priori, es el desarrollo y la aplicación del lenguaje matemático lo que concreta y objetiva estas intuiciones. La matemática, con sus definiciones, axiomas y demostraciones, transforma estas intuiciones puras en conocimiento práctico y utilizable (Friedman, 1998, pp.29-30)

Por otro lado, cuando usamos el conocimiento filosófico, no es que se anulen las intuiciones puras o la estructura de nuestra mente, sino que el método cambia. En lugar de depender de la formalización y la precisión del lenguaje matemático, la filosofía puede abordar conceptos más abstractos y menos estructurados, lo que a veces puede suprimir las categorías o elementos de necesidad lógica que son fundamentales en la matemática. Esto no implica que las intuiciones puras no estén presentes, sino que su aplicación es diferente y el enfoque filosófico puede llevarnos a explorar dimensiones de la razón que no están estrictamente ligadas a la exactitud matemática.

Debemos reconocer que una de las limitaciones de esta indagación es la dificultad de separar completamente las intuiciones puras de su aplicación práctica en el lenguaje matemático, que quizá hubiese permitido realizar un análisis por separado. Sin embargo, esta misma relación ofrece la ventaja de proporcionar un marco integral para comprender cómo construimos y aplicamos conceptos matemáticos. Aunque el método de la matemática por sí sola nos aporta un mejor panorama de conocimiento del mundo,

incluso si desconocemos (no intencional) la existencia de las intuiciones puras como condiciones sensibles.

## Conclusión

Este recorrido por las ideas kantianas nos ofrece una comprensión más matizada de la relación entre intuición y matemática. Nos permite entender que las intuiciones puras de espacio y tiempo no son simples herramientas cognitivas, sino los fundamentos sobre los cuales se construye el conocimiento matemático. Ahora bien, esta relación podría acentuar la idea de que la matemática, como conceptos abstractos, está ligada a la estructura de nuestra mente y nuestra manera de percibir el mundo.

Aun así, el desarrollo del lenguaje matemático ha jugado un papel crucial en la evolución de este conocimiento. Mediante la exhaustiva formalización permite no solo la expresión precisa de sus conceptos, sino también la expansión de nuestras capacidades cognitivas. Así pues, la matemática es tanto un reflejo de nuestras intuiciones como un medio para manifestarlas o expandirlas, incluso trascenderlas (no en el sentido kantiano), donde las aplicaciones de las intuiciones ofrecen una comprensión más compleja del mundo.

La interacción que pretendimos mostrar entre intuición y lenguaje matemático también plantea preguntas sobre la naturaleza misma del conocimiento. Si bien las intuiciones proporcionan el marco necesario, afirmamos que lenguaje matemático es el que permite la resolución de problemas abstractos y construcción de teorías. Esta idea sugiere que nuestra capacidad para hacer matemáticas no es solo innata, sino también el resultado de un proceso evolutivo y de formalización del pensamiento.

Así, percibir esta relación no solo ilumina aspectos fundamentales de la epistemología, sino que también nos invita a reflexionar sobre cómo la matemática, al estar arraigada en nuestras intuiciones, se convierte en una herramienta poderosa para interpretar el mundo.

## Referencias

- Allison, H. (1992). *El idealismo trascendental de Kant: una interpretación y defensa* (Prólogo y traducción de Dulce María Granja Castro). Editorial Anthropos.
- Aristóteles (1995). *Tratados de Lógica (Organón), II. Sobre la interpretación; Analíticos primeros; Analíticos segundos* (Trad. Miguel Candel Sanmartín). Gredos.
- Aristóteles (1998). *Metafísica (Libro IV, Capítulos 3 al 7)* (Trad. Valentín García Yebra. Gredos.
- Criado, P. & Martínez, A. (2008). *Formas lógicas. Guía para el estudio de la Lógica*. UNED.
- Friedman, M. (1998). *Kant and the Exact Sciences*. Harvard University Press.
- Kant, I. (2009). *Crítica de la razón pura* (traducción, estudio preliminar y notas de Mario Caimi). FCE & UAM & UNAM.