



Ductilidad en vigas de concreto reforzado: comportamiento clave para la seguridad estructural

Ductility in reinforced concrete beams: performance essential for structural safety

Isaac Abdiel Salazar Moreno

Universidad de Panamá

Panamá

isaac.salazar@up.ac.pa

<https://orcid.org/0009-0003-6382-4883>

Recibido: 23 de mayo 2025

Aceptado: 29 de mayo 2026

DOI <https://doi.org/10.48204/j.centros.v15n2.a7338>

Resumen

El diagrama momento-curvatura es fundamental para obtener el comportamiento de las secciones estructurales de concreto reforzado, ante un ciclo de carga. En este artículo, se investiga la generación y análisis de estos diagramas para secciones de concreto reforzado sometidas a flexión monotónica. Se desarrolló una aplicación integrada en una hoja de cálculo de Microsoft Excel (Visual Basic for Applications - VBA), para construir diagramas momento-curvatura de manera práctica y accesible. La precisión del programa fue validada mediante comparaciones con resultados obtenidos a través del software Section Designer de ETABS. Este análisis se realizó utilizando la herramienta desarrollada y hojas de cálculo de resistencia del diseño de vigas de concreto, lo que permitió evaluar de manera detallada los efectos de diferentes condiciones de refuerzo y considerando las características de los materiales. Este artículo sigue un enfoque teórico y explicativo, utilizando conceptos fundamentales de resistencia de materiales, mostrándolos de una manera simple. Se emplean métodos cuantitativos, para comparar los resultados. Se realiza un





enfoque de análisis técnico, investigativo y conceptual. Los resultados obtenidos confirman la efectividad del diagrama de momento curvatura para identificar la relación de ductilidad y comparar cómo se comporta dichos elementos ante la condición de disipar energía. Nuestro interés es explicar de forma practica el concepto de ductilidad y como este concepto, se aplica en elementos de vigas de concreto reforzado.

Palabras clave: Agrietamiento, cedencia, curvatura, deformación, ductilidad.

Abstract

The moment-curvature diagram is fundamental to obtaining the behavior of reinforced concrete structural sections under a load cycle. In this paper, the generation and analysis of these diagrams for reinforced concrete sections subjected to monotonic bending is investigated. Materials and methods: An application integrated in a Microsoft Excel spreadsheet (Visual Basic for Applications -VBA) was developed to construct moment-bending diagrams in a practical and accessible way. The accuracy of the program was validated through comparisons with results obtained through the ETABS Section Designer software. Development: This analysis was performed using the developed tool and concrete beam design strength spreadsheets, which allowed a detailed evaluation of the effects of different reinforcement conditions and considering the characteristics of the materials. This article follows a theoretical and explanatory approach, using fundamental concepts of strength of materials, showing them in a simpler way. Quantitative methods are used to compare the results. A technical, investigative and conceptual analysis approach is used. Results: The results obtained confirm the effectiveness of the bending moment diagram to identify the ductility relationship and to compare how these elements behave under the condition of dissipating energy. Our interest is to





explain in a practical way the concept of ductility and how this concept is applied to reinforced concrete beam elements.

Keywords: Cracking, yielding, bending, deformation, ductility.

Introducción

En Panamá, el diseño de estructuras de concreto reforzado se basa en el método de resistencia, considerando condiciones de fallas dúctiles para garantizar un margen de seguridad adecuado. Las edificaciones e infraestructura civil pueden estar expuestas a cargas dinámicas extremas, como sismos o fuertes vientos, por lo que sus elementos estructurales deben disipar energía sin colapsar. Durante estos eventos, las estructuras experimentan esfuerzos controlados principalmente por deformaciones y rotaciones. Aunque las normativas de diseño incluyen requisitos sobre la capacidad de deformación de vigas, no explican directamente los mecanismos de falla, ni el proceso que se conduce a ellas. Demostrar que la ductilidad en miembros a flexión se controla asegurando que la fluencia del acero ocurra antes del aplastamiento del concreto, permitiendo el desarrollo de rotaciones plásticas importantes. La ductilidad permite que una estructura soporte deformaciones cíclicas importantes sin pérdida significativa de resistencia (Priestley et al., 1996).

La ductilidad global de un miembro estructural depende de la capacidad de sus rótulas plásticas para desarrollar rotaciones inelásticas significativas sin una pérdida considerable de resistencia (Paulay y Priestley, 1992). Asimismo, la relación momento–curvatura de una sección de concreto reforzado no es lineal, por lo que





la rigidez del elemento varía a lo largo de su longitud y las uniones viga–columna no pueden asumirse completamente rígidas (Cox et al., 1999).

El diagrama momento–curvatura constituye una herramienta fundamental para evaluar la capacidad de deformación y ductilidad de una sección de concreto reforzado, permitiendo analizar su comportamiento no lineal hasta alcanzar el agotamiento resistente (Park y Paulay, 1975). Representa la relación entre los momentos flectores y la curvatura de la sección bajo ciertas condiciones de carga, dependiendo de sus dimensiones y materiales.

Este artículo presenta un análisis práctico de vigas sometidas a flexión pura, con el objetivo de comprender la ductilidad en el diseño sismo-resistente. Entender que es la capacidad de un elemento para soportar deformaciones inelásticas sin presentar una pérdida importante de capacidad (Chang Tokushima, 2016).

A través de una hoja de cálculo, se generan diagramas momento-curvatura considerando distintos parámetros geométricos y materiales. Esto permite evaluar la influencia de estos factores en el comportamiento mecánico de las secciones de concreto armado y su relación con el diseño estructural sismo-resistente en Panamá.

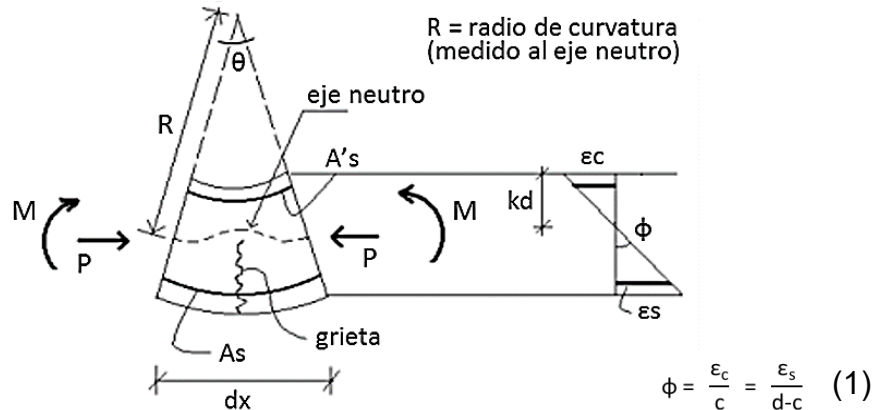
Desarrollo

El enfoque de esta investigación fue cuantitativo, ya que se tomó las formulaciones del libro de Park, R., y Paulay, T. (1975), donde señalan que los elementos de concreto reforzado, la curvatura se define como el cambio de rotación que existe en una sección plana, y puede entenderse como el cambio de giro por unidad de longitud de un elemento sometido a flexión (Figura 1).



Figura 1

Estado interno de deformaciones de una sección de concreto reforzado.



La curvatura ϕ de una sección de concreto armado puede definirse en base a estas variables según la fórmula (1). Si resumiéramos el análisis aplicado del momento curvatura de miembros a flexión, podremos algunos criterios fundamentales que detallamos a continuación:

- Las relaciones de tensión- deformación se conocen a partir de propiedades medidas en pruebas del concreto y acero de refuerzo. No se consideran el efecto de contracción, esto cumple con el modelo previsto de (Hognestad, 1951).
- Kheyroddin y Naderpour (2007) indican que la rotación de la rótula plástica en vigas de concreto reforzado está influenciada por numerosos parámetros relacionados con la sección, materiales, refuerzo y condiciones de carga.
- Belhocine et al., 2023, muestran que la ductilidad local y global de estructuras de concreto reforzado puede evaluarse mediante modelos no lineales y que



factores como la resistencia del concreto o la fuerza axial influyen significativamente en su comportamiento.

- Algunos autores señalan que la ductilidad presenta el mismo nivel importante si lo comparamos con la resistencia a la flexión para un elemento de hormigón pretensado con tendones no adheridos cuyo propósito es analizar su seguridad de manera realista (Du et al., 2008)
- Se establece un estudio en función a las ecuaciones de equilibrio, para determinar la fuerza axial y el momento en la sección transversal debido a los esfuerzos internos. De esta forma revisamos que "cuando en una viga dúctil se alcanza la capacidad de momento máximo de una sección, ocurre un cambio repentino en la pendiente del miembro en esa sección mediante la formación de una rótula plástica" (Rezaee, 2018, p. 47)

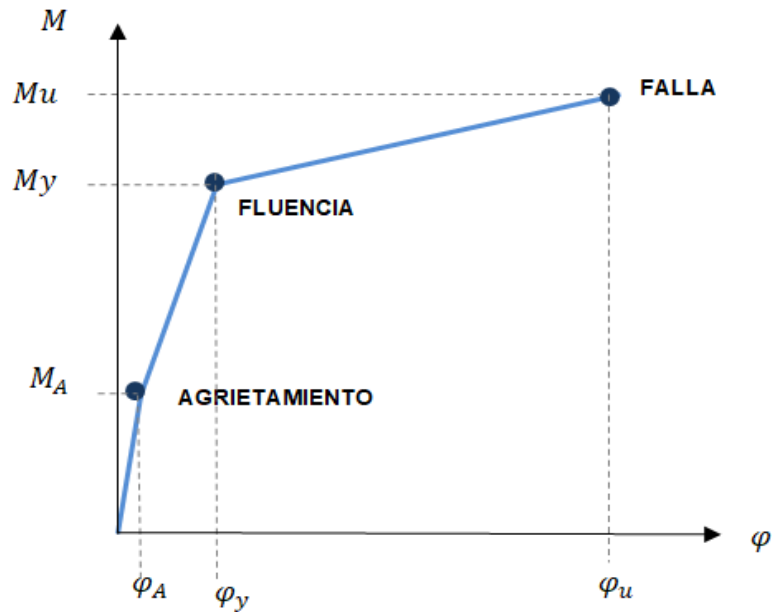
En este contexto, la construcción del gráfico momento-curvatura, bajo un modelo trilineal, se puede desarrollar partir de la determinación de tres etapas (Figura 2):

- Etapa de agrietamiento (Momento y Curvatura de Agrietamiento).
- Etapa de cedencia o fluencia. (Momento y Curvatura Cedente).
- Etapa de aplastamiento del concreto (Momento y Curvatura Última).



Figura 2

Gráfico de Momento Curvatura.



Eta 1. Región Elástica es una zona no agrietada.

Esta etapa se caracteriza por una tendencia totalmente lineal debido al comportamiento del momento real sin exceder el valor del momento de agrietamiento. Los esfuerzos experimentados en tensión no exceden el esfuerzo de ruptura del concreto y al igual que esto, las deformaciones unitarias tienen una variación bajo cargas pequeñas. El momento máximo en esta región es calculado por medio de la siguiente formulación de la sección 9.5.2.3 del código ACI, que establece:

$$M_{agr} = \frac{f_r I_g}{(h-c)}, \text{ (formula 9-9, ACI-318)} \tag{2}$$

$$f_r = 0.7\lambda\sqrt{f'c} \text{ siendo } f'c \text{ (N/mm}^2\text{)} \tag{3}$$





En donde f_r es el módulo de ruptura del concreto (la fórmula 9.10, ACI-318) y $(h-c)$ representa la distancia del eje centroidal a su fibra externa (eje en compresión). La relación momento-curvatura es lineal en esta etapa, como se describe en el trabajo de MacGregor y Wight (2015).

La construcción del gráfico en la primera etapa se rige bajo los resultados de las siguientes ecuaciones.

Cálculo del centroide:

$$c = \frac{b \cdot h(h/2) + (n-1)A_{s1} \cdot d_1 + (n-1)A_{s2} \cdot d_2}{b \cdot h + (n-1)A_{s1} + (n-1)A_{s2}} \quad (4)$$

Momento de Inercia de la sección.

$$I = \frac{b \cdot h^3}{12} + b \cdot h \cdot \left(\frac{h}{2} - c\right)^2 + (n-1)A_{s1} \cdot (c - d_1)^2 + (n-1) \cdot A_{s2} \cdot (c - d_2)^2 \quad (5)$$

Deformación de Agrietamiento del Concreto.

$$\varepsilon_{cr} = \frac{f_r}{E_c} \quad (6)$$

Momento de Agrietamiento

$$M_{agr} = \frac{f_r I_g}{(h-c)} \quad (7)$$

Curvatura de Agrietamiento.

$$\varphi_{cr} = \frac{\varepsilon_{cr}}{(h-c)} \quad (8)$$





Etapa 2. Elástico - agrietado es la zona con esfuerzos elásticos y el concreto agrietado.

Un pequeño incremento en el esfuerzo sobre el límite elástico provocará una fractura del material y provocará su deformación duradera. El esfuerzo que provoca este comportamiento se denomina esfuerzo de cedencia, mientras que la deformación es denominada deformación plástica. Cuando en la viga se inicia el agrietamiento se experimentan cambios o variaciones en la sección transversal de la viga.

- Variación de la distancia del eje neutro a la fibra externa en compresión.
- Variación de las deformaciones en tensión y compresión.
- Cambio de los esfuerzos tanto en tensión como en compresión (del acero y del concreto).

Una vez que esto suceda los esfuerzos de tensión son resistidos por el acero de refuerzo, ya que el concreto no puede resistirlo. Esta etapa avanza en tantos que los esfuerzos de compresión en las fibras superiores sean menores a aproximadamente $0.5 f'c$ (esfuerzo máximo del concreto) y mientras el esfuerzo en el acero sea menor que su límite elástico (0.003 aproximadamente).

En la etapa de cedencia se contempla las siguientes hipótesis:

Hipótesis 1:

- Eje neutro entre el acero a tensión (A_s) y el acero a compresión (A_s')
- Comportamiento lineal elástico del concreto.





- El Acero a tensión está cediendo o ya cedió
- El Concreto no ha alcanzado el agotamiento y A_s' está a compresión
- El Acero a compresión está cediendo o ya cedió.

Hipótesis 2:

- Eje neutro entre A_s y A_s'
- Comportamiento lineal elástico del concreto
- El A_s está cediendo o ya cedió
- El Concreto no se ha agotado y A_s' está a compresión
- El A_s' no está cediendo

Construcción del Gráfico al inicio de la fluencia del acero a tracción. (Figura 3).

La construcción del gráfico en la segunda etapa de fluencia del acero en tensión se rige bajo los resultados de las siguientes ecuaciones:

$$\text{Equilibrio } C_c + C_s - T_s = 0 \quad (9)$$

$$\text{Compatibilidad de deformaciones. } \frac{\varepsilon_c}{c} = \frac{\varepsilon_{s1}}{c-d_1} = \frac{\varepsilon_{s2}}{d_2-c} \quad (10)$$

Leyes constitutivas

$$f_{s1} = E_s \varepsilon_{s1} = n f_c \left(\frac{c-d_1}{c} \right) \quad f_{s2} = E_s \varepsilon_{s2} = n f_c \left(\frac{d_2-c}{c} \right) \quad f_{c1} = E_s \varepsilon_{c1} = f_c \left(\frac{c-d_1}{c} \right) \quad (11)$$



Centroide de la Sección.

$$c = \frac{-[A_{s1}(n-1)+A_{s1}n]+\sqrt{[A_{s1}(n-1)+A_{s1}n]^2+2b[A_{s1}(n-1)d_1+A_{s1}nd_2]}}{b} \quad (12)$$

Fuerzas internas de la sección transversal.

$$C_c = 0.5f_c d c \quad (13)$$

$$C_s = A_{s1}f_{s1} - A_{s1}f_{c1} \quad (14)$$

$$T_s = A_{s2}f_{s2} \quad (15)$$

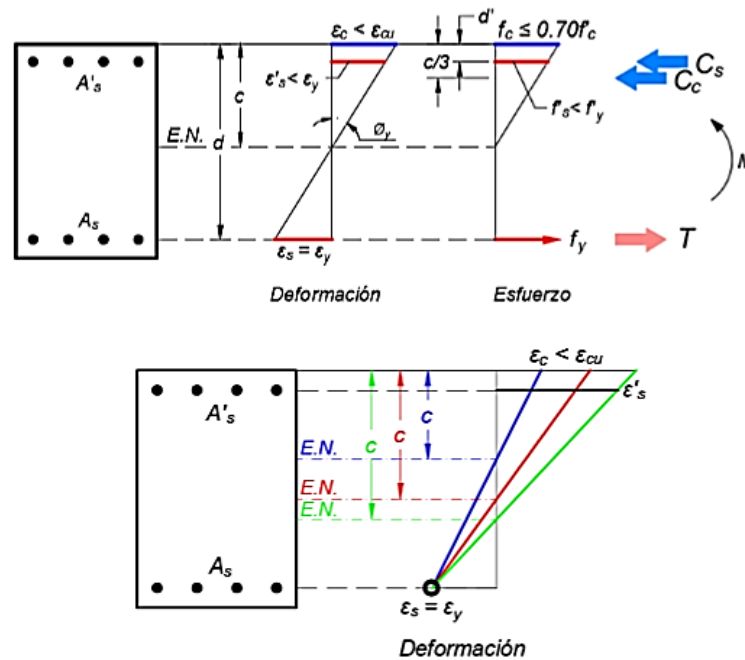
Momento de Fluencia

$$M_y = C_c \left(\frac{h}{2} - \frac{c}{3} \right) + C_s \left(\frac{h}{2} - d_1 \right) + T_s \left(d_2 - \frac{h}{2} \right) \quad (16)$$

Curvatura de Fluencia. $\phi_y = \frac{\varepsilon_y}{(d_2 - c)}$ (17)

Figura 3

Sección transversal de una viga correspondiente a una zona Elástico -agrietado.



Nota: Esquema desarrollado por el autor.

Etapa 3. Aplastamiento del concreto o falla de la viga.

Luego del agrietamiento, la carga sigue aumentando de forma que los esfuerzos de compresión superan el valor de $0.5f'_c$. Las grietas siguen desplazándose hacia arriba y con esto varía el eje neutro y en tanto que los esfuerzos, representado en la figura 3, demuestra que dejan de ser lineales, dado que ya no varía de acuerdo con la distancia a su eje neutro. El desprendimiento posterior del hormigón conduce a la reducción de la sección transversal efectiva, lo que requiere que el eje neutro se mueva más profundamente en la sección transversal para mantener el equilibrio. A lo largo del desarrollo de estas etapas se logran obtener la magnitud del cambio angular de la sección de la viga en cierta longitud. El mismo se logra obtener en función de la deformación en una fibra de la viga (ϵ) y la distancia al eje neutro de la viga (y).



Las hipótesis del comportamiento del elemento se basan en las siguientes dos hipótesis:

Hipótesis 1:

- El acero a tensión (A_s) y el acero a compresión (A_s') está cediendo o ya cedió. ($\epsilon_c < \epsilon_{cu}$; $\epsilon'_s > \epsilon_y$).
- Comportamiento elástico perfectamente plástico del acero.
- El Concreto alcanzó el agotamiento.
- Eje neutro entre A_s y A_s' ; A_s' en compresión.

Hipótesis 2:

- El acero a Compresión (A_s') no ha cedido.
- Comportamiento elástico perfectamente plástico del acero.
- A_s está en cedencia y el Concreto no ha agotado
- Eje neutro entre A_s y A_s' ; A_s' en compresión

Construcción del Gráfico al inicio de la fluencia del acero a tracción. (Figura 4)

$$\text{Equilibrio } C_c + C_s - T_s = 0 \quad (18)$$

Compatibilidad de deformaciones.

$$\frac{\epsilon_{cu}}{c} = \frac{\epsilon_{s1}}{c-d_1} = \frac{\epsilon_{s2}}{d_2-c} \quad (19)$$





Leyes constitutivas.

$$f_{s1} = E_s \varepsilon_{cu} \left(\frac{c-d_1}{c} \right) \quad (20)$$

$$f_{s2} = f_y \quad (21)$$

Centroide. Sujeto a iteración del eje neutro hasta que cumple con el equilibrio de fuerzas.

$$\varepsilon_{s1} = \varepsilon_{cu} \left(\frac{c-d_1}{c} \right) \quad (22)$$

$$\varepsilon_{s2} = \varepsilon_y \quad (23)$$

Fuerzas internas de la sección transversal.

$$C_c = 0.85 f_c b \beta_1 c \quad (24)$$

$$C_s = A_{s1} (f_{s1} - 0.85 f_c) \quad (25)$$

$$T_s = A_{s2} f_{s2} = A_{s2} f_y \quad (26)$$

Momento último.

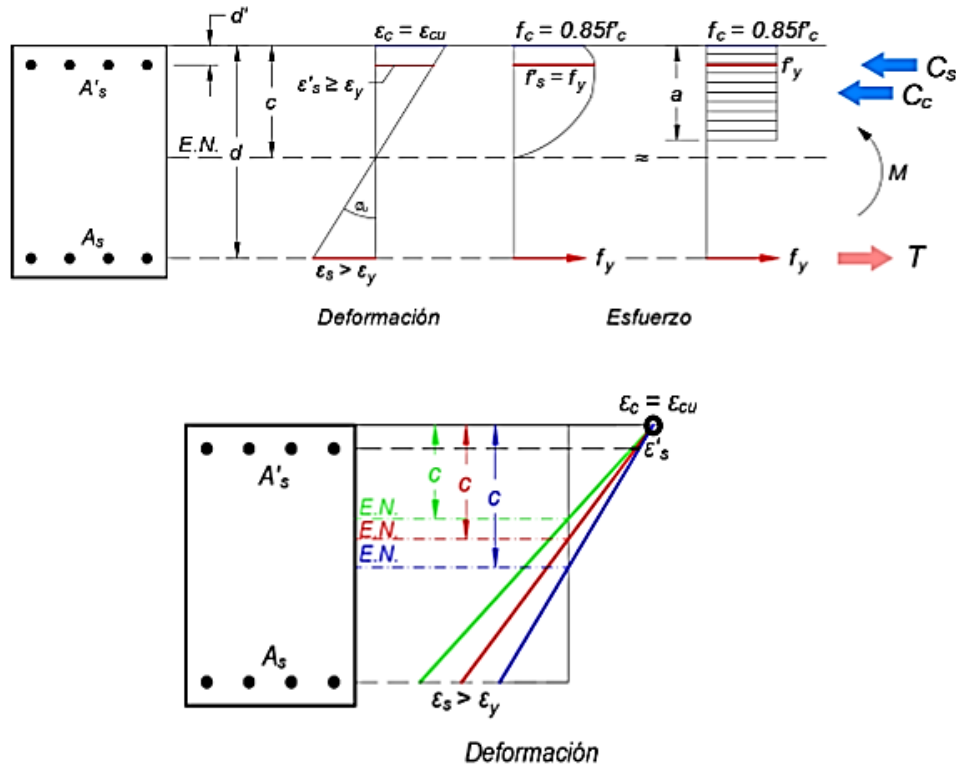
$$M_y = C_c \left(\frac{h}{2} - \frac{\beta_1 c}{2} \right) + C_s \left(\frac{h}{2} - d_1 \right) + T_s \left(d_2 - \frac{h}{2} \right) \quad (27)$$

Curvatura última. $\varphi_u = \frac{\varepsilon_u}{c_u}$ (28)



Figura 4

Sección transversal de una viga correspondiente a una zona de falla última.



Nota: Esquema desarrollado por el autor.

Longitud Plástica.

La longitud plástica representa la zona de formación de rótulas inelásticas que somete el elemento a deformaciones no lineales. Estudios realizados por Priestley y Park (1987), determinaron que la longitud de la rótula plástica está en función a:

- La longitud de la columna.
- El diámetro de la barra.





- La dimensión de la sección h .

Tomaremos la longitud Plástica como:

$$L_p = 0.08l + 0.022d_b f_y \quad (\text{en Mpa}) \quad (28)$$

El cálculo de la longitud plástica se basó en que $L_p = 0.5h$, que representa conveniencia en el manejo de los requisitos de diseño.

La ductilidad de desplazamiento.

Representa una la capacidad de la estructura de disipar la fuerza del sismo mediante el desplazamiento en función al valor de la curvatura máxima y a la curvatura del acero en fluencia. Para ello se calcula mediante la ecuación.

$$\mu_{\Delta} = 1 + (\mu_{\varphi-1})(L_c/L_p)(1 - 0.5(L_c/L_p)) \quad \text{donde: } \mu_{\varphi} = \frac{\varphi_y}{\varphi_u} \quad (29)$$

El comportamiento momento-curvatura en vigas de concreto reforzado pasa por varias etapas, descritas ampliamente por Park y Paulay (1975) y Priestley et al. (1996) en sus estudios sobre estructuras sometidas a flexión. Explicado todo este proceso de formulaciones se explica un ejemplo cuantitativo mediante la implementación de una hoja programada y compararemos como influye la cantidad de refuerzo a un elemento de concreto reforzado en su relación de ductilidad.

Supongamos que contamos con un marco de concreto reforzado de al menos 2 o 3 niveles y que la viga de concreto reforzado obtenida para condiciones de



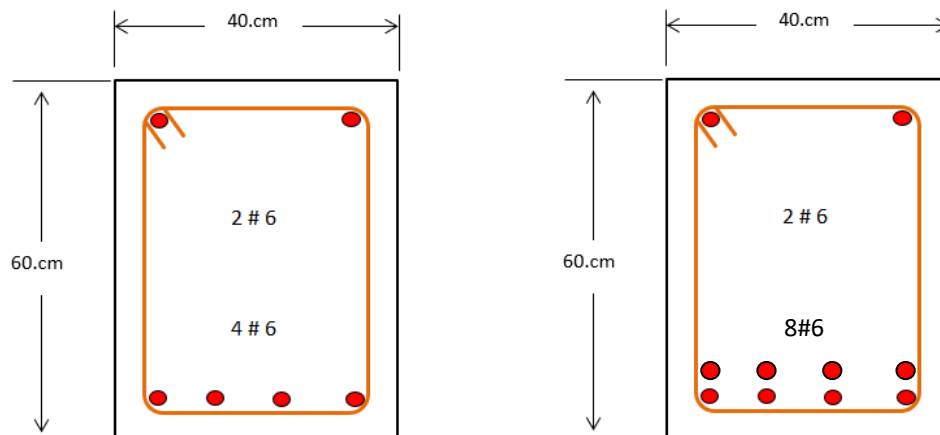
cargas fueran de sección de 40X60 cm con el siguiente arreglo o confirmación de barras (Figura 5).

$$f'c = 280 \text{ kg/cm}^2$$

$$Fy = 4200 \text{ kg/cm}^2.$$

Encontrar el diagrama curvatura de la sección partiendo de las dimensiones de 40 x 60 cm. La hipótesis para considerar es que pasa en el diagrama de capacidad de la viga si el refuerzo a flexión es aumentado, de manera irregular ya sea en el proceso de diseño o sin razón alguna el constructor por omisión incrementa o cambia.

Figura 5. Sección de viga de concreto Sección 40 x 60 cm a comparar.



Nota: Sección de viga de concreto reforzado una con 4#6 (Tipo 1) y la otra con el doble del refuerzo 8#6 (Tipo 2).

En la figura 6 por ejemplo tomamos los dos tipos de vigas y graficamos sus diagramas de momento y curvatura para comparar entre estas graficas a distintos valores de refuerzo.

Figura 6

Comparativo de Diagrama de Momento – Curvatura para ambas secciones con distinto porcentaje de acero de refuerzo a flexión. Elaboración del autor.

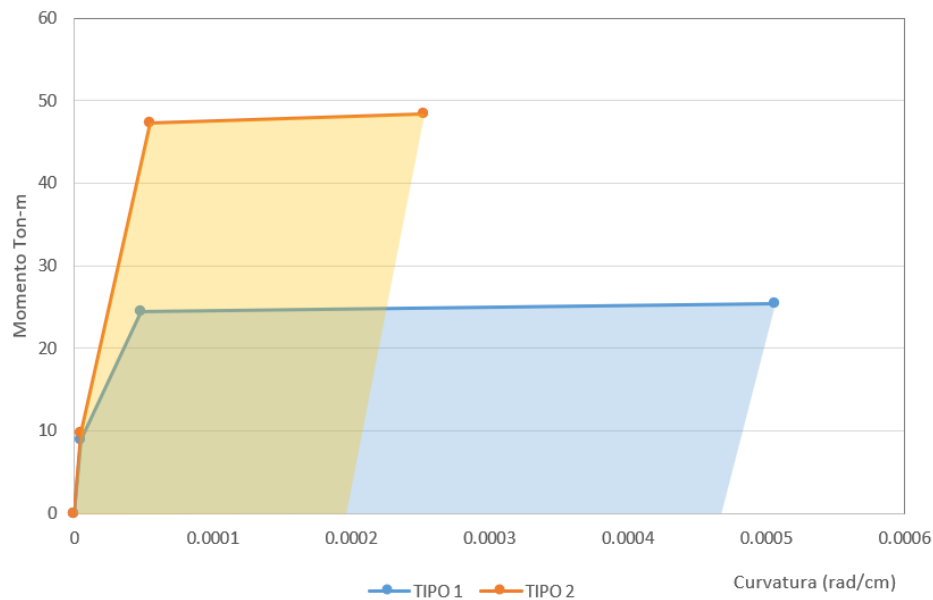


Tabla 1

Tabla resumen con el comparativo de Diagrama de Momento – Curvatura para ambas secciones de vigas.

Tabla de Momento Curvatura - Tipo 1		
Condición	Curvatura (Rad/cm)	Momento (T-m)
Inicial	0	0
Agrietamiento	4.54E-06	8.87
Cedencia	4.82E-05	24.38
Ultima	5.06E-04	25.41
Ratio - ductilidad $\mu = \Phi_u / \Phi_y =$		10.49

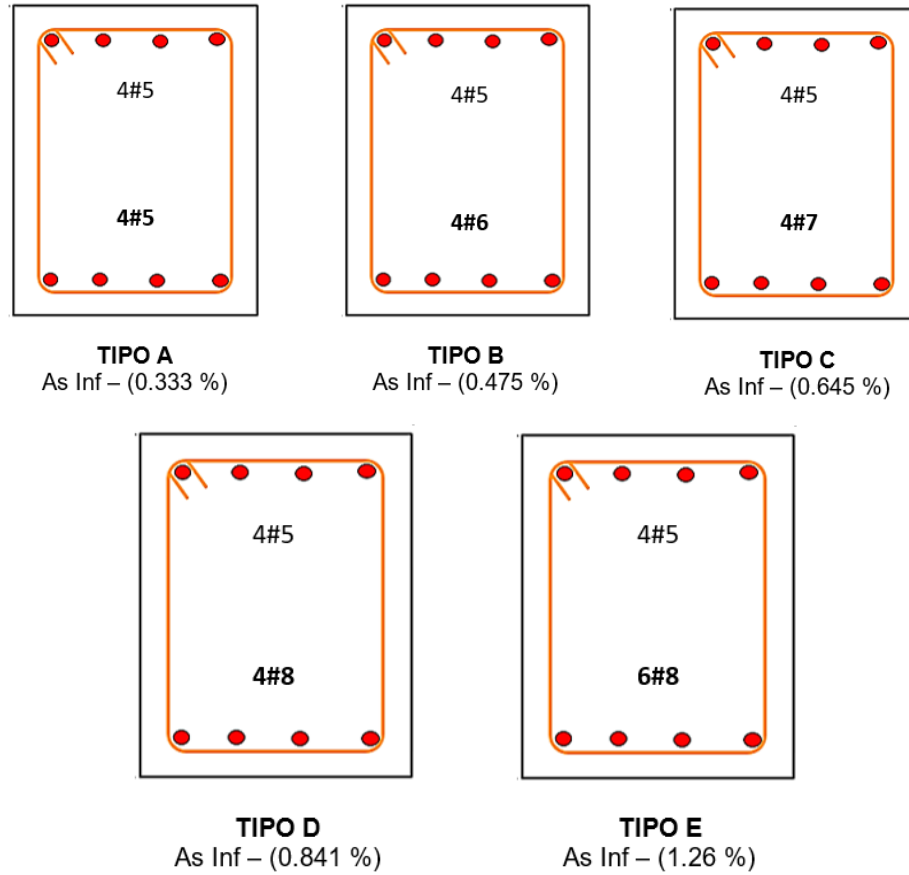
Tabla de Momento Curvatura - Tipo 2		
Condición	Curvatura (Rad/cm)	Momento (T-m)
Inicial	0	0
Agrietamiento	4.67E-06	9.70
Cedencia	5.44E-05	47.27
Ultima	2.53E-04	48.41
Ratio - ductilidad $\mu = \Phi_u / \Phi_y =$		4.65

Nota: El grafico indica la comparación de la relación de ductilidad estimada para la misma sección de viga de concreto reforzado, pero se presenta una reducción importante en la relación de ductilidad producto del incremento de refuerzo. La viga Tipo 1 arroja mejor relación de ductilidad con el refuerzo colocado, en comparación con la Viga Tipo 2.

Se compara la capacidad a momento de cada sección de viga de concreto reforzado respecto a su cuantía de acero y ver la relación de ductilidad de cada una de las secciones analizadas (Figura 7).

Figura 7

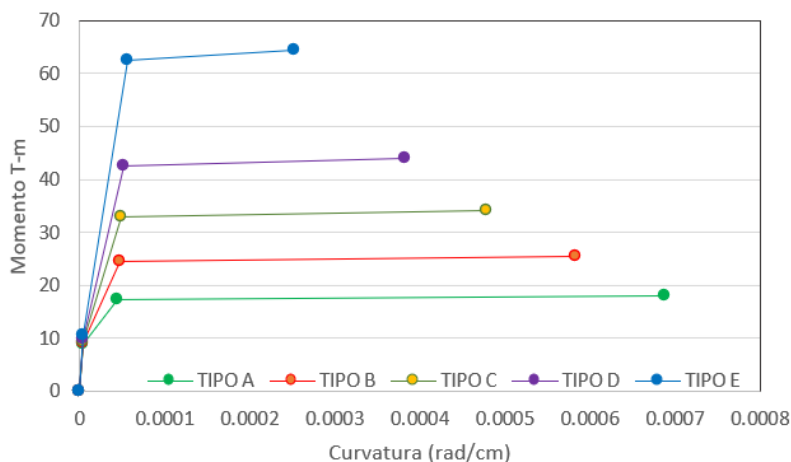
Secciones transversales que comparar



Según el procedimiento descrito se procedió a calcular la capacidad resistente a momento de cada una de las 5 secciones de viga mencionados. Luego se procedió a revisar y a generar sus respectivos diagramas de momento curvatura. Se obtuvo también la relación de ductilidad asociada a cada elemento considerando una sección doblemente reforzada (Figura 8)

Figura 8

Comparativo de Diagrama de Momento – Curvatura para ambas los 5 prototipos de vigas de concreto reforzado. Gráfica de Análisis. Elaboración del autor.

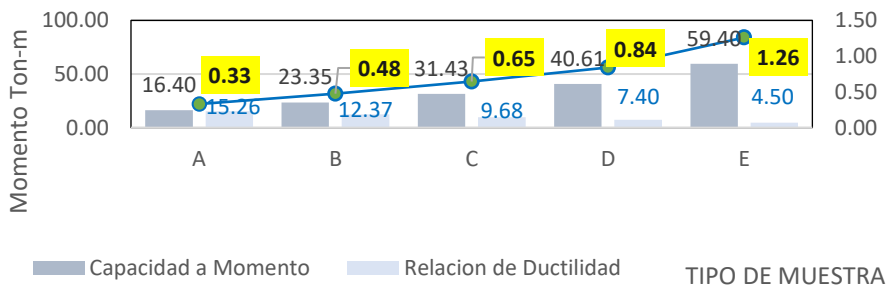


Nota. Diagrama de Momento curvatura según % de acero inferior.

Si tomamos ahora y graficamos a dobles escalas verticales la capacidad a momento con el porcentaje de acero vemos que se da también una disminución en la relación de ductilidad.

Figura 9

Comparativo de Diagrama de Momento – % de As Inferior - Relación de Ductilidad. Elaboración del autor.





Los análisis realizados mediante un ejemplo analítico y sistemático comprueban las investigaciones realizadas por Park, R., & Paulay, T. o Moehle (1992). Podemos concluir que la relación de ductilidad se ve ampliamente afectada por su relación de cuantía de refuerzo. Esto conduce que en efecto las disposiciones del detallado sísmico de vigas es adecuado según los requisitos del ACI -318, capítulo 18. El ingeniero de edificaciones, como ingeniero de infraestructura debe conocer el alcance de las condiciones especificadas en los códigos descriptivos en cuanto al detallado sísmico.

El diagrama momento-curvatura es la curva de capacidad de la sección del elemento de concreto reforzado, porque muestra su capacidad de resistir momento flector en función de la deformación o rotación. Se coteja lo mencionado referente a ductilidad, definida como “la capacidad de un elemento para soportar deformaciones inelásticas sin presentar una pérdida importante de capacidad” (Chang Tokushima, s.f., secc. 2.2.3). Sin embargo, no representa la curva de capacidad de la estructura completa, sino solo de la sección analizada. Pero obtener relaciones de ductilidad altos sugiere un buen desempeño del elemento. Esto permite comprobar que *“La ductilidad global de un pórtico se evalúa mediante el factor μ , definido como la relación entre el desplazamiento máximo y el desplazamiento en el límite elástico.”* (Belhocine et al., 2024).

Pudimos comprender lo mencionado por Priestley (1993), en la sección The Refined Analysis Myth (pp. 334–335), donde sostiene que el diagrama momento–curvatura constituye una herramienta esencial para evaluar la ductilidad y la capacidad de disipación de energía de elementos de concreto reforzado, ya que permite identificar las etapas de agrietamiento, fluencia del acero y degradación de rigidez antes del colapso.





Por medio de una herramienta como el diagrama de momento curvatura se puede diseñar estructuras de concreto reforzado con mayor seguridad. Se puede evaluar la ductilidad asociada y la capacidad de disipación de energía mediante la implementación de estos diagramas. Predecir el comportamiento de estructuras ante cargas extremas y su capacidad de redistribuir esfuerzos. Esto atiende a lo señalado por, Cagalj y Uros (2024) explican que *“para garantizar la seguridad de los edificios durante la excitación sísmica, es necesario proporcionar una ductilidad suficiente”* (p.55).

Por medio de nuestro ejemplo académico, podemos comprender mejor lo mencionado por, Rodríguez Morales (2015) donde señala que “la ductilidad global está estrechamente relacionada con el parámetro definido en las distintas normativas (en la Normativa Americana se denomina Factor de modificación de respuesta R, o el Factor de Comportamiento q en el Eurocódigo) cuya función es reducir el espectro de respuesta elástico. El concepto de trabajo en el rango inelástico...” (p. 29).

Podemos entender con esta investigación, que un mejor comportamiento de los elementos tipo vigas en un sistema de marco momento, deberán tener una ductilidad asociada siempre y cuando estos elementos funcionen en el rango inelástico. Por lo que la determinación y concepto del diagrama de momento curvatura brinda la oportunidad de obtener la capacidad real ante rotaciones de un elemento tipo viga.



Referencias Bibliográficas

- Belhocine, M., Benyahi, K., Bouafia, Y., Rahmouni, O., y Messas, A. (2023). Nonlinear analysis methods for reinforced concrete structural elements subjected to static and dynamic loads. *World Journal of Engineering*, 20(3), 1–10. <https://doi.org/10.2478/jaes-2024-0025>
- Cagalj, H y Uros, M. (2024). Calculation of ductility of reinforced concrete sections. 10th Symposium on Doctoral Studies in Civil Engineering. <https://doi.org/10.5592/CO/PhDSym.2024.10>
- Chang Tokushima, D. A. (2016). *Estudio de relaciones momento-curvatura en secciones de concreto armado y concreto preesforzado sometidas a flexión*. (Tesis de Grado, Pontificia Universidad Católica del Perú). <http://hdl.handle.net/20.500.12404/6826>
- Cox, W. J. E., Noor, F. A., y Alexander, N. A. (1999). *Non-linear analysis of reinforced concrete frames*. Department of Civil Engineering, University of East London. https://www.researchgate.net/publication/256847265_Non-linear_analysis_of_reinforced_concrete_frames
- Du, J. S., Au, F., Cheung, Y. K., y Kwan, A. (2008). Ductility analysis of prestressed concrete beams with unbonded tendons. *Engineering Structures*, 30(1), 13–21. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2007.02.015>
- Hognestad, R. W. (1951). *A study of concrete stress-strain relationship* (Bulletin 399). Universidad de Illinois.
- Kheyroddin, A., & Naderpour, H. (2007). Plastic hinge rotation capacity of reinforced concrete beams. *International Journal of Civil Engineering*, 5(1), 30–47.



- MacGregor, J. G y Wight, J. K. (2015). *Reinforced concrete: Mechanics and design* (7th ed.). Pearson.
- Moehle, J. P. (1992). Displacement-based design of RC structures subjected to earthquakes. *Earthquake Spectra*, 8(3), 403–428.
<https://doi.org/10.1193/1.1585688>
- Park, R., y Paulay, T. (1975). *Reinforced concrete structures*. Wiley.
- Priestley, M. (1993). Myths and fallacies in earthquake engineering – Conflicts between design and reality. *Bulletin of the New Zealand National Society for Earthquake Engineering*, 26(3), 329–341.
<https://doi.org/10.5459/bnzsee.26.3.329-341>
- Priestley, M. J. N., Seible, F., y Calvi, G. M. (1996). *Seismic design and retrofit of bridges*. Wiley.
- Rezaee Hajidehi, M. (2018). *Nonlinear Analysis of Reinforced Concrete Frames: Safety Evaluation and Retrofitting Techniques* (Tesis doctoral, Università degli Studi di Palermo) p.47
- Rodríguez Morales, S. (2015). Diagramas momento-curvatura para secciones de hormigón armado. Determinación del valor de ductilidad local de una sección de hormigón armado. Empleo del programa matlab en aplicaciones estructurales a nivel seccional (parte II). *Anales de Edificación* 1(2), 27-41.
Doi: 10.20868/ade.2015.3101
- Paulay, T y Priestley, M. J. N. (1992). *Seismic design of reinforced concrete and masonry buildings* (p. 140). John Wiley & Sons.
- Wong, P. K. C., Priestley, M. J. N., y Park, R. (1990). Seismic resistance of frames with vertically distributed longitudinal reinforcement in beams. *ACI Structural Journal*, 87(4), 488–498. <https://doi.org/10.14359/3110>

