

# OPERADOR MATEMÁTICO PARA CARACTERIZACIÓN Y OPTIMIZACIÓN DE ETAPAS DE SISTEMAS FÍSICOS

## MATHEMATICAL OPERATOR FOR CHARACTERIZATION AND OPTIMIZATION OF STAGES OF PHYSICAL SYSTEMS

**Cecilia Sandoval-Ruiz**

Universidad de Carabobo. Facultad de Ingeniería / Dirección de Postgrado. Venezuela.

[cesandova@gmail.com](mailto:cesandova@gmail.com); <https://orcid.org/0000-0001-5980-292X>

Artículo recibido: 24 de noviembre de 2023

Artículo aceptado: 25 de enero de 2024

DOI <https://doi.org/10.48204/j.colegiada.v5n2.a5029>

### RESUMEN

La presente investigación tiene como objetivo definir un método de compensación del efecto estela mediante el operador matemático de convolución entre el vector de datos de flujo incidente y un patrón de flujo regenerativo, definido a través de geometría proyectiva de lentes eólicas conformados como arreglos de cometas móviles. El método comprende el muestreo de datos de flujo incidente, la operación matemática de convolución definida en sintaxis VHDL para el procesamiento con el patrón de flujo regenerativo y el diseño del arreglo para lograr la proyección geométrica del patrón objetivo. Se obtiene como resultado una ecuación de soporte y el diseño de las prácticas de laboratorio de flujo dinámica, siendo el principal aporte una técnica basada en modelo geométrico para la optimización del flujo eólico, a partir de elementos móviles configurables y operadores matemáticos, simplificando la implementación hardware y la actualización dinámica de los sistemas eólicos instalados.

**Palabras Clave:** Investigación energética, sistemas resonantes, descripción de hardware VHDL, patrones de difracción, simetría geométrica.

### ABSTRACT

The objective of this research is to define a compensation method for the wake effect using the mathematical convolution operator between the incident flow data vector and a regenerative flow pattern, defined through projective geometry of wind lenses formed as arrangements of mobile kites. The method comprises the sampling of incident flow data, the mathematical operation of convolution defined in VHDL syntax for processing with the regenerative flow pattern, and the design of the array to achieve the geometric projection of the target pattern. As a result, a support equation and the design of dynamic flow laboratory practices are obtained, the main contribution being a technique based on a geometric model for the optimization of wind flow, based on configurable mobile elements and mathematical operators, simplifying the implementation. hardware and dynamic updating of installed wind systems.

**Keywords:** Energy research, resonant systems, VHDL hardware description, diffraction patterns, geometric symmetry.

### INTRODUCCIÓN

El estudio de un sistema físico a partir de su respuesta impulsiva es un asunto relevante y vigente en el mundo de la física aplicada y la ingeniería, a partir de las frecuencias naturales complejas de resonancia (FCNR) se puede caracterizar un sistema sin conocer los parámetros propios del modelo (Barroso & Zozaya, 2022). En tal sentido, el objetivo de la presente investigación es proponer la caracterización de los sistemas físicos mediante un modelador LFSR (*Linear Feedback Shift Register*) y su optimización por ajuste de las frecuencias de resonancia,



a través de la configuración de los parámetros físicos del sistema y su distribución geométrica.

En la literatura no se ha encontrado un modelo de la dinámica de los sistemas físicos que considere las etapas a nivel clásico y cuántico, a partir de estructuras autosimilares. Por tal motivo, se ha planteado un operador matemático que permita describir cualquier sistema físico. Para ello se seleccionó un sistema con una dinámica compleja como es un arreglo de captadores eólicos flexibles (cometas eólicas), el cual es abordado como una red de osciladores acoplados (Sandoval-Ruiz C. , 2022) a diferentes escalas, sobre una arquitectura LFSR( $n, k$ ), logrando una descripción sencilla que puede ser aplicada en el laboratorio de física, para modelar casos específicos según los objetivos de caracterización y optimización de las etapas.

Se revisaron los métodos de caracterización de los sistemas lineales y la estructura de la ecuación de ondas, mediante rangos de escala: (i) Etapa de composición estructural del captador (masa-muelle). (ii) Etapa de captación diagrama de fuerzas (física clásica). (iii) Etapa de interferencia por vórtices (física moderna y ondas).

### ANÁLISIS DEL SISTEMA FÍSICO

La potencia mecánica del captador eólico viene dada por:  $P_m = \frac{1}{2} \rho C_p A_T v^3$ , siendo  $C_p$  el coeficiente de potencia, para un 57% se establece un criterio de diseño con flujo de recirculación. *Coefficientes de empuje y sustentación*

Se analiza el sistema eólico a partir del estudio del modelo de mecánica de fluidos y aerodinámica (control de flujo activo). Se considera la fuerza en el eje de transmisión, donde converge la fuerza de la cuerda de cada lado de la cometa y fuerza en el puente. La ecuación del modelo del diferencial de presión es descrita en (Thekens & Schmehl, 2023) se expresa como  $\Delta p = \frac{1}{2} C_T \rho v^2$ , siendo  $C_T$  el coeficiente de fuerza,  $\rho$  la densidad del aire,  $v$  velocidad de viento. Expresado en función de la fuerza se tiene:  $F_T = \frac{1}{2} C_T \rho v^2 S$ ,  $F_T$  la fuerza ejercida sobre  $S$  la superficie proyectada por la cometa eólica o arreglo captador en función del radio de barrido del captador. El modelo de fuerza aerodinámica en la cometa se transmite a través de los tensores de armado de la estructura y cuerdas de acoplamiento, por lo que se puede modelar (de forma simplificada) como la fuerza en cada uno de los extremos del captador y un acoplamiento elástico en el puente de la estructura, representada por una matriz aeroelástica (Sandoval-Ruiz C. , 2023).

Se realizó un análisis teórico para la correlación del sistema físico, a fin de establecer una relación por etapas, que permitan reproducir la dinámica del sistema físico de manera directa. Se asumen las consideraciones por etapa del operador del sistema físico:  $\pi - LFC(n, k)$  corresponde a la operación de ganancia del sistema lineal como la sumatoria de los productos por los pesos de cada uno de los ángulos de captación.

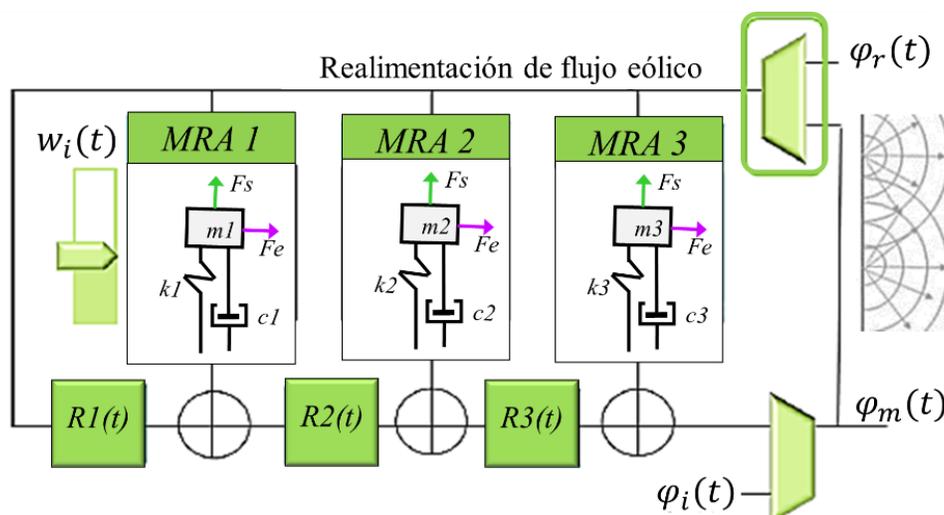
$$y_i(t) = \pi \sum_{i=1}^n \omega_i(m, \alpha) \cdot x_i + x_i(t - 1) \quad (1)$$

Siendo  $y(t)$  la energía captada por el arreglo debido al flujo incidente  $x(t)$ , sobre la red de difracción, que se modela como un conjunto de osciladores acoplados (French, 1974), tal como se ilustra en la Figura 1, donde las frecuencias de caracterización del sistema físico son función de parámetros como la masa de los elementos del arreglo, los coeficientes elásticos, entre otros. Desestructurando el arreglo de captadores, representando el diagrama de cuerpo libre, con acoplamiento elástico  $ki$  entre cada sección  $i$  de la cometa eólica con el eje de transmisión, se

puede representar las fuerzas sobre el mecanismo, donde se define la propiedad elástica del sistema con energía potencial y la interacción con el flujo eólico.

**Figura 1.**

Modelo del Sistema Físico sobre LFSR(n,k)



$\varphi - LFC(n, k)$  corresponde a la recuperación de energía, debido al flujo difractado  $y_d(t)$  residual en el eje del captador, de la red interna de osciladores acoplados, a través del multiplexor de entrada/salida, donde se realimenta una proporción de la salida calculada en la iteración anterior, en función de la relación de Fibonacci<sup>1</sup>, siendo  $\varphi = a/(a + b)$ .

$$y_d(t) = \sum_{i=1}^n \omega_i(m, \alpha) \cdot y_i + \varphi \cdot y_i(t - 1) \quad (2)$$

$\epsilon - LFC(n, k)$  corresponde a la recuperación de energía, debido al flujo reflejado  $y_r(t)$ , sobre los otros elementos del arreglo captador, interpretada como una red externa de osciladores acoplados por la interacción de ondas, que se modela a través del multiplexor de entrada/realimentación, con atenuación respecto a la distancia, en proporción  $\epsilon = r_{i,j}!^{-1}$  para minimizar el efecto del elemento sobre el entorno.

$$y_r(t) = \sum_{i,j=1}^n \omega_i(\lambda_{i,j}) \cdot y_j + \epsilon \cdot y_j(t - 1) \quad (3)$$

En este punto del análisis matemático del operador de convolución se plantea la reinterpretación un sistema físico de manera discreta, un arreglo de cometas eólicas, para la alineación de flujo sobre la envolvente del sistema (Sandoval-Ruiz C. , 2023), tanto a nivel de dinámica de fluidos, convolución del flujo incidente con el patrón de captación de las ondas mecánicas y ondas proyectadas por la red de difracción que representa los elementos

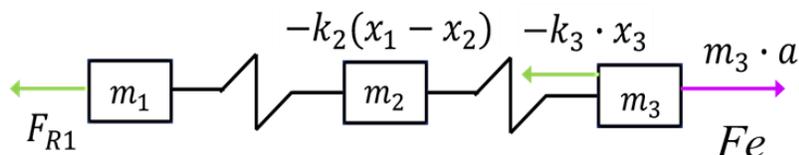
<sup>1</sup>Relación del término de realimentación proporción Fibonacci:

$$A \text{ partir de: } \varphi = \frac{a+b}{a} = \frac{a}{b}, \quad \text{se tiene: } \frac{1}{\varphi} = \frac{xn4}{C_p P_v} = \frac{9MW}{0.57 * 25.5MW} = \frac{1}{1.618}$$

captadores. Se parte del análisis del cometa captador como una matriz aeroelástica (por las cámaras de aire en la cometa de captación eólica), un tejido de uniones entre muelle-masa (Figura 2), lo que constituye una red de osciladores acoplados, con una frecuencia de resonancia natural del sistema, que puede ser configurada a través de elementos amortiguadores y parámetros geométricos, a fin de optimizar la dinámica del sistema a partir de la configuración de hardware en VHDL.

**Figura 2.**

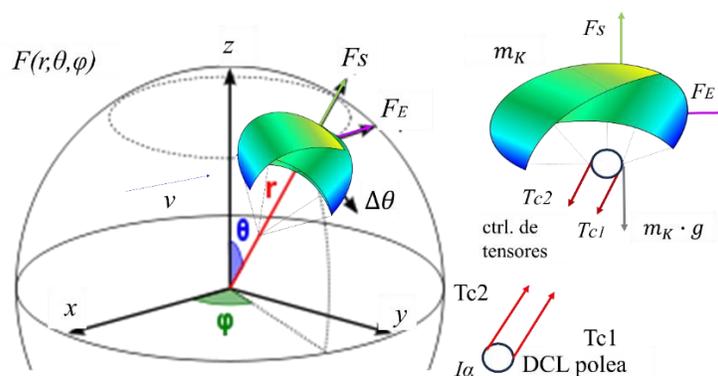
*Modelo de Osciladores Acoplados del captador*



Es importante destacar que la relación de fuerzas del sistema de osciladores acoplados coincide con el modelo de registros desplazamientos, se tiene una entrada  $F_e$ , que corresponde a la fuerza de empuje del viento, del análisis del diagrama de cuerpo libre (DCL) del captador de energía (Figura 3), que se transmite sobre la secuencia de masas de la red, produciendo fuerzas restauradoras (color verde) hasta el extremo del arreglo  $FR1$ .

**Figura 3.**

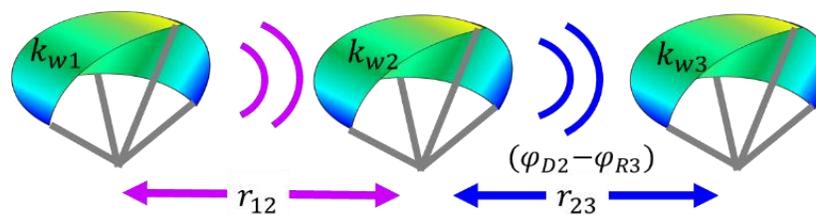
*Modelo geométrico basado en diagrama de cuerpo libre de cometas eólicas*



En el diagrama de un cometa captador se representan la transmisión de fuerza por los acoplamientos de la cuerda hasta el generador, a través de una fuerza de tensión  $T_c$ , resultante del balance de fuerzas  $F_e$  y  $F_s$  sustentación. Finalmente, se analiza el arreglo de  $k$  cometas captadoras con acoplamiento fluidodinámico (Figura 4).

**Figura 4.**

*Acoplamiento por flujo eólico entre los elementos del arreglo eólico*



En este análisis se evidencia la correspondencia entre el arreglo de captadores y la red de elementos finitos de un captador (Figura 2), que presentan una arquitectura fractal en correspondencia con el operador matemático implementado como registros desplazamientos (Figura 1), lo que permite afirmar que el sistema es una extrapolación de un arreglo de osciladores acoplados, donde el acoplamiento por flujo es representado por muelles de aire, a escala del macro arreglo de captadores (parque eólico).

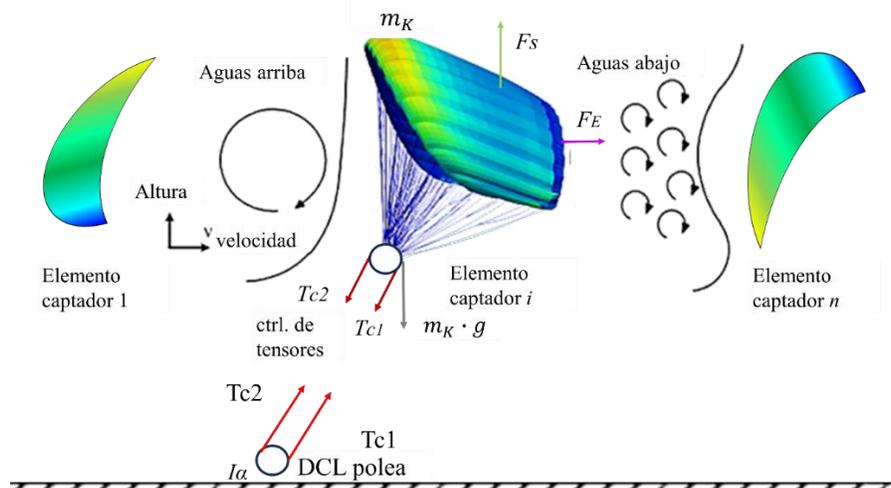
Se interpreta el sistema como una red de difracción que actúa sobre las variables físicas de entrada, en este caso el flujo incidente, para la captación de la energía cinética transportada por el vector de velocidad  $v$  que incide a cierto ángulo  $\alpha$  sobre el captador (en función de la ganancia proporcional), se considera el almacenamiento de energía potencial por las propiedades inerciales del elemento (en registros de energía asociados a la memoria estructural del material) y la difracción de flujo a la salida del captador, que se corresponde con la modificación en la dinámica del patrón proyectado sobre los elementos del sistema.

Para el análisis de correspondencia, se interpreta la variable de entrada como un arreglo de bloques discretos de energía, donde el flujo es el resultado del corrimiento de los bloques a través de registros desplazamientos. A su vez se consideran las fuerzas restauradoras internas y fenómenos ondulatorios con el entorno, mediante multiplexores de realimentación de un componente de la energía transportada a través del sistema físico.

De esta manera se pueden establecer las etapas para la sintonización de los parámetros físicos, con el propósito de anular componentes específicos del efecto estela del elemento captador y lograr reducir las pérdidas por interferencia sobre los otros elementos del arreglo y minimizar el impacto ambiental del sistema. El efecto estela en el marco de sistemas eólicos (Figura 5) está asociado al comportamiento del frente de flujo por su interacción con una turbina o elemento de captación de energía, donde las velocidades del viento se reducen al pasar a través del captador eólico. El régimen de viento genera turbulencias a causa de estos elementos en su trayectoria, afectando a los elementos captadores del arreglo de manera proporcional a la distancia, el entorno e incluso a los parques eólicos cercanos.

**Figura 5.**

*Efecto estela del elemento captador  $i$  sobre el arreglo eólico*



Se plantea analizar el efecto estela por analogía con los fenómenos ondulatorios. Estableciendo la reflexión del flujo aguas arriba (previo al captador eólico), difracción e interferencia del flujo aguas abajo (posterior al captador).

Los sistemas de dinámica de fluidos, tal es el caso de los parques eólicos presentan una problemática asociada al efecto estela que incide sobre otros elementos del sistema, modificando el patrón de viento y la dinámica de captación por parte de los aerogeneradores. Un aspecto poco estudiado corresponde a la simetría geométrica del efecto de patrones entre ondas estacionarias. Es en tal sentido, que se plantea un modelo teórico y el diseño de un ensayo práctico con el objetivo de minimizar el impacto de la red de difracción, a través de una etapa de acondicionamiento del flujo, mediante lentes de concentración en la entrada (flujo incidente) y lentes eólicos de flujo regenerativo a la salida de los elementos de la red de captadores definidos por software (es decir que la configuración del arreglo y los patrones geométricos son adaptativos sobre el modelo matemático), para restaurar las condiciones del flujo reflejado por el captador. Entre las alternativas de control de flujo activo se encuentra control magnético y operadores matemáticos para el control geométrico del patrón de difracción sobre el flujo proyectado, siendo este último método la opción más factible, ya que el reto se centra en la complejidad matemática del tratamiento de flujo a través de elementos pasivos, simplificando en gran medida la implementación del sistema físico en comparación con otras técnicas.

## MATERIALES Y MÉTODOS

Inicialmente, se propone un arreglo eólico como caso de estudio, para su modelado sobre un LFSR (Sandoval-Ruiz C. , 2021) de 3 captadores, con optimización por recirculación de flujo eólico. Para la recolección de datos se utilizó la herramienta del explorador eólico para la construcción de tablas de validación. En ensayos prácticos se considera el despliegue de las cometas del arreglo captador en un emplazamiento para el estudio de las condiciones dinámicas, utilizando como herramienta un laboratorio móvil, que permita el barrido del área de interés y el levantamiento de mapas para la densidad de energía eólica potencial. Seguidamente se realizó la tabulación de los datos de entrada  $v(t)$  y salida  $P(t)$ , donde se han seleccionado las variables

físicas de velocidad y potencia eólica convertida, con parámetros del radio del captador (Tabla 1), densidad del aire en el área de estudio y factor de potencia.

**Tabla 1.**

*Cálculo del Torque Mecánico del captador*

$$P_v = \frac{1}{2} \rho \pi R^3 v^2 \rightarrow T_m = \frac{1}{2} \rho \pi R^3 v^2 \frac{C_p}{\lambda}, \text{ con } C_p = \frac{P_m}{P_v}$$

$\rho$	1.21 Kg/m <sup>3</sup>	$\pi$	3.14	$R$	58.00 m	$v$	2.50 a 8.60 m/s
$\phi$	0.26V/rad/s	$K_G$	23.3	$C_p$	0.44	$J$	118.35 Kg m <sup>2</sup>
$F$	0.025 N m/rad/s		$T_m$	0.21x10 <sup>6</sup> Nm a 1.61 x10 <sup>6</sup> Nm			

Se aplicó el modelo del LFSR( $n,k$ ), en VHDL desarrollado en (Sandoval-Ruiz C. , 2020), con  $n$  las muestras de la variable de entrada y  $k$  los coeficientes característicos del sistema, el siguiente paso corresponde a la caracterización del sistema físico mediante el modelador LFSR, aplicando un algoritmo adaptativo (Tabla 2), sobre lenguaje descriptor de hardware, lo que es equivalente al entrenamiento del circuito modelador a partir de los datos, las tablas de variables son suministradas al modelo en VHDL (Sandoval-Ruiz C. , 2023) para obtener los coeficientes que reproducen la salida del sistema físico, sobre un modelo de hardware, lo que permite reproducir el sistema sin limitaciones de capacidad de cómputo.

**Tabla 2.**

*Cálculo de los coeficientes del Modelo LFSR( $n,k$ )*

*Initialization of variables and learning coefficient  $\mu$*

*While  $\varepsilon(n) > \text{tolerance}$  do; a tolerance  $\neq 0$*

*-- Update variables and adaptive learning coefficient:*

*If  $\varepsilon(n) > \text{global\_min}$  then; defined in trial*

*$\mu = \gg 1$ ; most significant bit shift*

*Adjustment Factor of the  $i$  coefficients:*

*factor( $n$ ) =  $\mu * \varepsilon(n) * v(n)$ ; For  $i=1$  to 4 (filter order 4)*

*Logical conversion operation the length of the adjustment vector (MSB)*

*fit( $n$ ) (7 downto 0) = factor( $n$ ) (12 downto 4);*

*Update of the  $i$  coefficients of the adaptive filter xyz:*

*$w_i(n) = w_i(n-1) + \text{fit}(n)$ ; sign fit for error*

*Output update with adaptive coefficients and error:*

*$P(n) = w_x(n) * v_x(n) + w_y(n) * v_y(n) + w_z(n) * v_z(n); + w_r(n) * v_r(n)$ ;*

*$\varepsilon(n) = P(n) - d(n)$ ;*

*End; The combination of optimal coefficients of the adaptive filter is obtained*

De esta manera se tiene caracterizado el sistema y se cuenta con la posibilidad de optimizar los coeficientes característicos del modelo matemático, a partir de datos recolectados en tiempo real, con el fin de modificar los parámetros físicos (de la interpretación de los coeficientes) y realizar los ajustes sobre el modelo.

## RESULTADOS

Las ecuaciones desarrolladas (1-3) en la etapa de análisis del sistema físico, presentan una similitud estructural, donde se diferencian por las dimensiones de las variables. Estas ecuaciones descriptivas corresponden al operador matemático-lógico de producto de convolución, que pueden ser reescritas por rangos de escala de la forma:

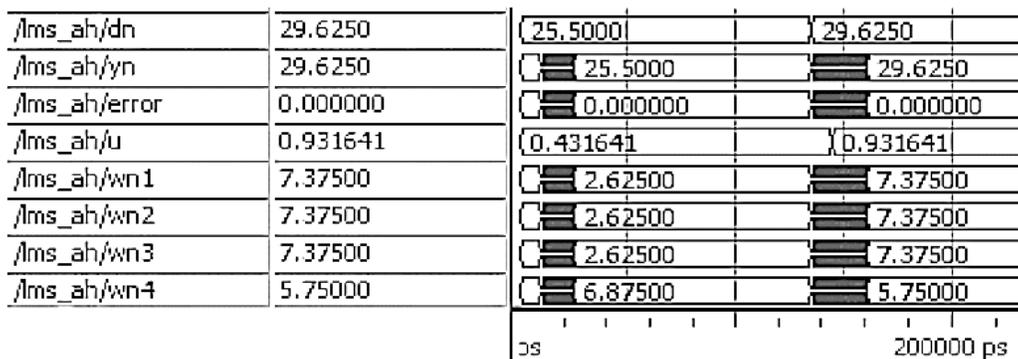
$$y(t) = \omega_i(n) \otimes y_{i,j} \tag{4}$$

La ecuación general está en función de la realimentación de la salida del elemento  $i$  (captador estudiado) y la salida de los elementos  $j$  (captadores del arreglo), donde se presenta el patrón de proyección reflejado sobre el elemento y el patrón de difracción de cada elemento. Donde es válido mencionar que la salida del elemento contiene el cálculo en función de la entrada, lo que representa un modelo fractal concatenado. En su forma extendida se expresa:

$$y(t) = \sum_{i,j=1}^n \omega_i(m_{i,j}) \cdot x_{i,j} + \varphi(r_{i,j}) \cdot \omega_i(\lambda_{i,j}) \cdot y_{i,j} \tag{5}$$

Para la prueba de validación del modelo se seleccionó un factor de optimización de 1.618 el valor de flujo reflejado entre los elementos (totales, es decir inerciales y por flujo reflejado sobre el arreglo), el flujo resultante será realimentado al algoritmo como la señal  $xn4$  (Figura 6), sobre sistemas en tiempo real se pueden realizar variaciones de distancia y compensación por patrones de proyección simétrica (Brading & Castellani, 2023).

**Figura 6.**  
Aplicación del modelo LFSR al Arreglo Eólico



La matriz de coeficientes  $wn$  calculados por el algoritmo adaptativo, interpreta los coeficientes físicos del arreglo, el vector  $xn$  los parámetros físicos de la entrada,  $yn$  la salida de potencia del sistema y  $dn$  la potencia objetivo de optimización. El modelo puede ser reentrenado para la compensación del error (*bias*), por combinación de la secuencia del patrón de proyección e interferencia entre los elementos del arreglo.

## DISCUSIÓN

Se reconoce un patrón de vórtices a la salida del captador que debe ser compensado por un generador de secuencia por un polinomio  $p(x)$  a través de un LFSR de compensación simétrica (Sandoval-Ruiz C. , 2023), a fin de anular el efecto introducido por el captador y alcanzar el equilibrio dinámico entre los elementos del arreglo, aplicando técnicas de control a nivel de microestados y  $\mu$ -variables (Tabla 3.a).

**Tabla 3.a.***Modelo paramétrico del sistema eólico*

Técnica de control	Descripción	$\mu$ -var
CONTROL DE FLUJO	Los dispositivos de control de flujo se pueden ubicar en la etapa previa o posterior al rotor, así como sobre los álabes: en el borde de ataque (pitch) del perfil, borde de salida, mitad de la cuerda.	
Pasivos	No presentan costo energético para accionamiento	
Fluidicos	Modifican el paso a través del perfil de flujo (Spoiler), generadores de vórtices	$F_L$
Geométricos	Modifican la estructura superficial del álabes: Bordes dentados, solapas, etc.	$F_D$
Activo	Micro electromecánico (MEMs), servomotores, etc.	
Fluidicos	Elementos dinámicos (paso variable) para compensación de resistencia mecánica: MicroTabs, solapas aserradas, Air Jet, etc.	Carga, $F_L, F_D$
Geométricos	Ángulo de ataque (pitch) del álabes	$\alpha_{pitch}$
Toberas	Radio del Rotor (álabes telescópicos)	$R$
Magnéticas	(1) Flujo ionizado, (2) esferas magnéticas	$\Phi_m$
Lente eólico adaptativo	(3) Conversión por desplazamiento esferas Regulación de concentración / regeneración de flujo eólico.	$\Delta v, \Delta P$

En relación a la técnica seleccionada sobre el ensayo se definen los parámetros (Tabla 3.b) a controlar, con la finalidad de realizar el ajuste y obtener una optimización en eficiencia y disminución de impacto a la salida del captador, sobre el modelo físico LFSR( $n,k$ ).

**Tabla 3.b.***Coefficientes del sistema físico LFSR( $n,k$ )***Parámetros de Control en el Sistema Eólico**

Mecánica de Fluidos	Coefficiente de Sustentación ( <i>Lift</i> )	$C_L(\alpha)$
	Coefficiente de Arrastre ( <i>Drag</i> )	$C_D(\alpha)$
	Índice de Turbulencia, viscosidad, $\alpha_{pitch}$	TI
	Ruido Aerodinámico	$N_A$
$x,y,z$	Registro en espacio vacío entre álabes	
Componentes de compensación total	Recirculación de Flujo de la turbina Estela de flujo eólico en turbinas adyacentes (Villavicencio, 2015).	$x(n-1)$
<b>Control Fractal de Componentes del Sistema Eólico</b>		
Recirculación de Flujo	Espacio vacío entre álabes, turbina, estela entre turbinas adyacentes del parque eólico	$x(n-1)$
<b>TORQUE MECÁNICO EN EL EJE</b>		
Comp. Inercial	Control magnético de inercia del rotor	$J_m$
Eje MagLev	Rodamientos de levitación magnética	$x,y,z$
CAES, RCR	Componente Residual/Almacenamiento	$E_r(n-1)$
Potencial	Osciladores acoplados (nano variables)	$k \cdot x(n-1)$
Salida Total	Potencia Eólica Captada	$P_V(C_p)$

De esta manera, el modelo permite establecer parámetros configurables con relación a la disposición geométrica sobre la dinámica inercial (del captador) y dinámica ondulatoria (osciladores acoplados del arreglo de captadores), para las proporciones notables por las etapas (en los multiplexores) de forma general y un ajuste fino sobre las frecuencias de resonancia características del sistema, en relación con los parámetros físicos, que pueden ser ajustados mediante un algoritmo adaptativo para un target de eficiencia.

## CONCLUSIONES

Gracias al análisis desarrollado para la identificación de correspondencia entre la arquitectura del operador fractal de convolución en campos finitos  $GF(2^m)$  del circuito LFSR extendido (Sandoval-Ruiz C. , 2021) y las etapas del sistema físico, se logra un modelo detallado de composición fractal (Sandoval-Ruiz C. , 2020), mediante rangos selectivos de escala a través de los multiplexores, lo que permite ajustar el nivel de detalle para el modelado del sistema eólico, para prácticas de laboratorio donde se puede validar las técnicas de control de parámetros sobre el modelo estructural, definido por *software*.

De esta manera, se obtiene un LFSR para modelar la estructura interna del captador, lo que permite la controlabilidad a nivel de micro parámetros físicos.

Incorpora un término de realimentación lineal, que es configurable mediante la proporción de Fibonacci, definida en el modelo  $\phi$ -LFSR( $n,k$ ), lo que define el objetivo de optimización por flujo regenerativo.

Otro aspecto relevante es la capacidad de compensación de vórtices, efecto estela a la salida del captador e impacto ambiental del modelo, lo que aporta en la enseñanza de criterios de responsabilidad ambiental en la etapa de diseño y optimización.

Se obtuvo una ecuación generalizada, estableciendo correspondencias entre las etapas del modelo físico y el modelo matemático, lo que permite a los estudiantes de física realizar ensayos experimentales del impacto de los parámetros de optimización sobre modelos de *hardware* reconfigurable.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Barroso, R., & Zozaya, A. (2022). Prony's method and matrix pencil method performance on determining the complex natural resonance frequencies of a linear system. *Revista RIMNI*, 38(3).
- Bird, B., Warren, S., Edwin, L., & Daniel, K. (2013). *Introductory Transport Phenomena*. Wiley.
- Brading, K., & Castellani, E. (2023). *Symmetries in Physics: Philosophical Reflections*. Cambridge Univ. Press.
- French, A. P. (1974). *Vibraciones y Ondas*. Curso de Física del M.I.T. Primera Edición. Editorial Reverté. ISBN 8429140980.
- Sandoval-Ruiz, C. (2020). LFSR-fractal ANN model applied in R-IEDs for smart energy. *IEEE Latin America Transactions*, 18(4), 677-686. doi:10.1109/TLA.2020.9082210
- Sandoval-Ruiz, C. (2020). Operador matemático LFC( $n,k$ ) en campos finitos basado en concatenación fractal para  $GF(2^m)$ –Extendido. *Ciencia e Ingeniería*, 41(2), 197-204.
- Sandoval-Ruiz, C. (2021). Fractal mathematical over extended finite fields  $F_p[x]/(f(x))$ . *Proyecciones (Antofagasta)*, 40(3), 731-742.
- Sandoval-Ruiz, C. (2021). LFSR Optimization Model based on the Adaptive Coefficients method for ERNC Reconfigurable Systems. *Ingeniare*. 29(4), 743-766. doi:10.4067/S0718-33052021000400743

- Sandoval-Ruiz, C. (2022). Wind Turbine with Configurable Feedback Scheme for Minimal Environmental Impact and Maximum Efficiency. *Universidad Ciencia y Tecnología*, 26(113), 123-136.
- Sandoval-Ruiz, C. (2023). Biomimética Aplicada a Modelos de Sistemas de Energías Renovables Reconfigurables Basados en Estructuras Autosimilares. *Rev. Técnica de la Facultad de Ingeniería Universidad del Zulia*, 46(1).
- Sandoval-Ruiz, C. (2023). JK-ESS renewable energies storage with hybrid feedback. *Revista Ciencia e Ingeniería*, 44(3), 287-296.
- Sandoval-Ruiz, C. (2023). xyz Modelo de optimización de arreglos de cometas captadoras de energías sostenibles . *Revista Técnica de la Facultad de Ingeniería Universidad del Zulia*, 46(2).
- Sandoval-Ruiz, C. (2023). YPR-ángulos de alineación para arreglo de cometas de captación de energía eólica:  $\alpha, \beta, \gamma$ -coeficientes de control y mantenimiento de patrones de flujo regenerativos. *Revista Científica UCSA*, 10(3), 3-15. doi:<https://doi.org/10.18004/ucsa/2409-8752/2023.010.03.003>
- Thedens, P., & Schmehl, R. (2023). An Aero-Structural Model for Ram-Air Kite Simulations. *Energies*, 16(6), 2603.