

4

MATEMÁTICAS

NOTA CIENTÍFICA

LA TRIGONOMETRÍA: DIFICULTADES EXISTENTES EN EL PROCESO ENSEÑANZA-APRENDIZAJE

Pedro José Alexis¹

¹Universidad de Panamá, Centro Regional Universitario de Colón. Facultad de Ciencias Naturales, Exactas y Tecnología. Departamento de Matemática. Correo electrónico: pedrojalexis@hotmail.com

Resumen

Este estudio se desarrolla para evaluar el proceso enseñanza-aprendizaje de la trigonometría en los cursos de V año del Bachillerato en Ciencias y conocer las áreas en las que presentan algunas dificultades. La investigación se justifica por la gran aplicación que tiene la trigonometría en áreas como la ingeniería, navegación marítima y aérea. Además, se necesita proveer a los docentes de estrategias y a los estudiantes de procedimientos que puedan ayudarlos en los cursos de trigonometría. Normalmente, autores de libros de texto presentan ejercicios rutinarios sin ofrecer muchos casos de aplicación. Para lograr los objetivos de la investigación se empleó el siguiente esquema metodológico: 1. Diseño y validación de una encuesta para explorar las áreas que los estudiantes necesitan ser reforzados; 2. Aplicación de la encuesta a una población de estudiantes del nivel secundario de 4 colegios de 15 estudiantes tanto público como privado; 3. Análisis de una población de 60 estudiantes encuestados para recopilar informaciones relacionados con los aspectos y contenidos de proceso enseñanza-aprendizaje de la trigonometría; 4. Presentación del informe final.

Los resultados de las encuestas indican la necesidad de ofrecer orientación didáctica a los docentes ya que hay algunos aspectos satisfactorios y otras áreas o conceptos que deben ser reforzados. Para tal fin se hacen propuestas metodológicas y planes para el efectivo desarrollo del curso que puede contribuir a resolver las dificultades.

Palabras claves: trigonometría, enseñanza de trigonometría, ángulo, radio.

Abstract

This research is developed to evaluate the process of teaching and learning in courses of trigonometry in eleventh grade in sciences oriented high schools and to detect the areas that present some difficulties. The research is justified because of the wide application of trigonometry in areas such as engineering, maritime and space navigation. It is necessary to provide teachers of strategies and students of procedures that could help them in trigonometric courses. To achieve the objective of the research, the methodology was: 1. Design and validation of a survey to explore the strengths and weaknesses of the students; 2. Apply the survey to a population of 15 students from 4 high school among private and public schools for collecting data and information; 3. Analyze the results obtained from a population of 60 students surveyed to gather information concerning and related to the factors considered as the difficulties students have in solving mathematical problems; 4. Present the final results.

The results of the survey indicated the need of offering didactic and methodological orientation to teachers since several areas resulted satisfactory but others need to be strengthened. For this purpose, methodological proposal are offered and also a plan of sequence of topics that should be developed will contribute in solving the difficulties.

Keywords: trigonometry, teaching of trigonometry, angle, ratio.

Citación: Alexis, P. (2016). La trigonometría: dificultades existentes en el proceso enseñanza-aprendizaje. Revista Colón Ciencias, Tecnología y Negocios 3(1): 36-43

Recibido: 22 de noviembre de 2015

Correspondencia al autor: pedrojalexis@hotmail.com (Pedro José Alexis)

INTRODUCCIÓN

Uno de los objetivos generales de la educación panameña que se atribuye al área de la matemática es “Contribuir en la formación integral del alumno fomentando el desarrollo de habilidades básicas que faciliten la integración del medio que lo rodea, tomando en cuenta el desarrollo científico y tecnológico generando cambios para alcanzar una mejor calidad de vida” (Ley Orgánica de Educación No. 34, 1995)

La trigonometría es una rama de la matemática al igual que la geometría, el álgebra y otras que contribuyen al logro del objetivo citado. Su amplio campo tiene aplicación para resolver problemas reales del mundo como en la navegación, las construcciones, la física, la astronomía, la náutica, la aviación, las telecomunicaciones y mediciones en general. La trigonometría se le describe como la ciencia de la medida indirecta. (Spiegel, y Abellanas, 1988)

En base a lo anterior, la enseñanza de la trigonometría debe contribuir a la solución de problemas que enfrentan profesionales en todos los campos en que se aplica, por lo que se hace necesaria crear la conciencia necesaria de la importancia de su adecuado proceso enseñanza-aprendizaje, resaltando la aplicación de los conceptos básicos a situaciones concretas.

Las razones trigonométricas se definen como el cociente entre dos lados de un triángulo rectángulo asociado a sus ángulos. Las funciones trigonométricas son funciones cuyos valores son extensiones del concepto de razón trigonométrica en un triángulo rectángulo trazado en una circunferencia unitaria (de radio unidad). (Ayres, 1970)

Existen seis funciones trigonométricas básicas. Las últimas cuatro, se definen en relación de las dos primeras funciones, aunque se pueden definir geoméricamente o por medio de sus relaciones.

Para definir las razones trigonométricas del ángulo: α del vértice A, se parte de un triángulo rectángulo arbitrario que contiene a este ángulo. El nombre de los lados de este triángulo que se usará en los sucesos será:

- La hipotenusa (h) es el lado opuesto al ángulo recto, o lado de mayor longitud del triángulo rectángulo.
- El cateto opuesto (a) es el lado opuesto al ángulo α .
- El cateto adyacente (b) es el lado adyacente al ángulo α . (Ayres, 1970)

Todos los triángulos considerados se encuentran en el Plano Euclidiano, por lo que la suma de sus tres ángulos interiores es 180° . En consecuencia, en cualquier triángulo rectángulo

los ángulos no rectos miden menos de 90° , son agudos. Las definiciones que se dan definen estrictamente las funciones trigonométricas para ángulos de 0° a 90° . (Ayres, 1970)

Dada la importancia que tiene la trigonometría como rama de la matemática se impone la necesidad de conocer cuáles son las dificultades existentes en el proceso enseñanza - aprendizaje de la trigonometría con el propósito de que su conocimiento, dominio de conceptos y aplicaciones sean bien manejadas tanto por docentes como estudiantes.

Esta investigación tiene como objetivo contribuir en el proceso enseñanza - aprendizaje de la trigonometría mediante la presentación de metodologías que existen para hacer más efectivo los cursos de trigonometría y que faciliten la aplicación de los conceptos básicos a la solución de problemas reales. Por otra parte, formular recomendaciones a los docentes para coadyuvar en lograr resultados exitosos en los cursos y muy beneficiosos a los estudiantes.

MATERIALES Y MÉTODOS

Para el desarrollo de la investigación, se utiliza un esquema metodológico de cuatro fases. La primera fase consistió en el diseño y la validación de un cuestionario de exploración. En la segunda fase se identificó una población de 120 estudiantes obtenidos de grupos de 30 de cuatro colegios entre públicos y privados, que oscilaban entre las edades de 16 y 17 años cursando el quinto año del nivel secundario, con la finalidad de obtener una muestra representativa para la aplicación de una encuesta cerrada.

En la tercera fase, se procedió al análisis de los resultados obtenidos de la muestra de 60 estudiantes encuestados, que representa el 50% de la población que considero una muestra representativa ideal, que permite obtener la información sobre los factores que dificultan el proceso enseñanza-aprendizaje de la trigonometría. La cuarta fase, consistió en la presentación del informe final.

En el cuadro 1 se muestra el modelo de encuesta aplicada para la investigación, a partir de los resultados obtenidos, se procedió a identificar los diferentes factores que influyen en el proceso enseñanza-aprendizaje de la trigonometría, permitiendo formular una propuesta de estrategias.

Cuadro 1. Modelo de encuesta que se aplicó para la investigación

Indique su género (encierre en un círculo): H - M	SI	NO
1. ¿Conoce las aplicaciones básicas de la trigonometría, en general?		
2. ¿Sabe seleccionar correctamente la función trigonométrica adecuada en una situación específica?		
3. ¿Sabe que en la función trigonométrica $\sin \alpha$ es el ángulo la variable?		
4. ¿Sabe diferenciar fácilmente las funciones trigonométricas entre sí?		
5. ¿Considera que posee los conocimientos básicos y necesarios para el estudio de la trigonometría?		
6. ¿Considera que tiene una actitud positiva hacia el aprendizaje de la trigonometría?		
7. ¿Diferencia claramente entre las funciones recíprocas y las funciones complementarias?		
8. ¿Le resulta fácil probar las identidades trigonométricas?		
9. Conoce Usted claramente ¿cuándo se aplica la Ley del Seno o la Ley del Coseno en la resolución de un problema?		
10. ¿Considera que el proceso metodológico de la enseñanza de la trigonometría ha facilitado el aprendizaje?		

RESULTADOS

Resultados de la encuesta

El análisis de los resultados obtenidos a partir de las encuestas es presentado en el Cuadro 2. En el mismo se desglosan las respuestas (Si / No) según cada centro educativo de nivel secundario, siendo los elegidos: Colegio Abel Bravo, Colegio La Salle (Margarita), Instituto Rufo A. Garay, e Instituto Benigno Jiménez.

Cuadro 2. Resultado de la encuesta aplicada

	COLEGIO ABEL BRAVO		COLEGIO LA SALLE - MARGARITA		INSTITUTO RUFO A. GARAY		INSTITUTO BENIGNO JIMENEZ		TOTAL	
	Si	No	Si	No	Si	No	Si	No	Si	No
1. ¿Conoce las aplicaciones básicas de la Trigonometría, en general?	11	4	15	0	7	8	9	6	42	18
2. ¿Sabe seleccionar correctamente la función trigonométrica adecuada en una situación específica?	7	8	6	9	5	10	2	13	20	40
3. ¿Sabe que en la función trigonométrica $\sin \alpha$, es el ángulo la variable?	5	10	5	10	3	12	7	8	20	40
4. ¿Sabe diferenciar fácilmente las funciones trigonométricas entre sí?	5	10	7	8	5	10	4	11	21	39
5. ¿Considera que posee los conocimientos básicos y necesarios para el estudio de la trigonometría?	8	7	15	0	10	5	9	6	42	18
6. ¿Considera que tiene una actitud positiva hacia el aprendizaje de la trigonometría?	12	3	14	1	10	5	14	1	50	10
7. ¿Diferencia claramente entre las funciones recíprocas y las funciones complementarias?	4	11	7	8	4	11	1	14	16	44
8. ¿Le resulta fácil probar las identidades trigonométricas?	4	11	5	10	5	10	5	10	19	41
9. Conoce Usted claramente ¿cuándo se aplica la Ley del Seno o la Ley del Coseno en la resolución de un problema?	6	9	4	11	4	11	5	10	19	41
10. ¿Considera que el proceso metodológico de la enseñanza de la trigonometría ha facilitado el aprendizaje?	12	3	13	2	10	5	11	4	46	14

De lo anterior, los resultados más relevantes destacan:

- El 70% de los estudiantes encuestados de este nivel conoce las aplicaciones básicas de la trigonometría, sin embargo el 66.6% no sabe seleccionar la función trigonométrica adecuada según la situación que enfrente.
- Sólo el 33.3% sabe sobre la función $\sin \alpha$, mientras que el 35% puede diferenciar las funciones trigonométricas entre sí.
- A pesar que el 70% de los estudiantes considera que posee los conocimientos básicos y necesarios para el estudio de la trigonometría, y muestran una actitud positiva hacia su aprendizaje (83.3%), solamente el 26.7% diferencia claramente conceptos básicos como de reciprocidad y complementariedad.
- El 77% de los estudiantes consideran que los docentes han utilizados un proceso metodológico de enseñanza y aprendizaje efectivo, pero el 68.3% señalan dificultades para probar identidades y el conocimiento de leyes básicas de la trigonometría en la resolución de casos

Orientación didáctica

En base a la experiencia de 40 años en la enseñanza de trigonometría, se presentan algunas sugerencias como orientación didáctica en el proceso enseñanza-aprendizaje para iniciar el desarrollo de este curso:

- Es conveniente una clase previa sobre las propiedades de los triángulos rectángulos.
- En relación a los ángulos, indicar que los dos ángulos agudos del triángulo rectángulo son complementarios, es decir suman 90° .
- En relación a los lados, definir el lado que se llama hipotenusa y cuales lados se llaman catetos.
- Diferenciar entre el cateto opuesto a un ángulo agudo y el cateto adyacente a un ángulo agudo.
- Afianzar que el cateto opuesto a un ángulo agudo es el adyacente del ángulo complementario, y que el cateto adyacente a un ángulo agudo es el opuesto del ángulo complementario.
- Es recomendable que las funciones recíprocas y las funciones complementarias sean examinadas en una misma prueba para lograr el nivel de discriminación del objetivo. Esto ayuda a evitar las inhibiciones retroactivas y las proactivas que es lo que no permite diferenciar claramente las funciones recíprocas de las complementarias.

Plan básico para el inicio del curso

Para iniciar un curso de trigonometría, se plantea un contenido básico que debe abordarse y lograr un efectivo proceso de enseñanza-aprendizaje:

0. Propiedades de ángulos y lados del triángulo rectángulo. (conocimientos previos).
1. Definición de las funciones trigonométricas.
2. Funciones recíprocas.
3. Funciones complementarias
4. Dado el valor de una función trigonométrica Hallar el valor de las demás.
5. Signo de las funciones trigonométricas en los 4 cuadrantes.
6. Concepto de ángulo positivo y negativo.
7. Expresar un ángulo negativo en función de un ángulo positivo.
8. Concepto de ángulo relacionado.
9. Uso de las Tablas de las funciones trigonométricas
10. Resolución de triángulo rectángulo.

DISCUSIÓN

En matemáticas, las funciones trigonométricas se establecieron con el objetivo de entender las definiciones de las razones trigonométricas aplicados a todos los números reales y complejos.

Los instrumentos de investigación aplicados, demostraron que hay 6 aspectos con respuesta No superior al 65 % que indican áreas que deben ser reforzadas y que se harán algunas propuestas para aclararlas. Estas dificultades son: lograr seleccionar correctamente la función trigonométrica adecuada en una situación específica, saber que en la función trigonométrica $\text{sen } \alpha$ es el ángulo la variable, diferenciar fácilmente las funciones trigonométricas entre sí, diferenciar claramente entre las funciones recíprocas y las funciones complementarias, probar las identidades trigonométricas, conocer claramente cuándo se aplica la Ley del Seno o la Ley del Coseno en la resolución de un problema.

Por otra parte, en las encuestas realizadas se destacaron 4 aspectos que son satisfactorios al registrar un 70% o más de respuestas Sí como: aplicaciones básicas de la Trigonometría, en general, conocimientos básicos y necesarios para el estudio de la trigonometría, actitud positiva hacia el aprendizaje de la trigonometría y el proceso metodológico de la enseñanza de la trigonometría.

Por los resultados obtenidos se hace necesario formular recomendaciones a los docentes para coadyuvar en lograr resultados exitosos en los cursos y muy beneficioso a los estudiantes.

CONCLUSIÓN

La aplicación de las encuestas efectuadas a los estudiantes permitió obtener informaciones valiosas que sirvió para evaluar y conocer los aspectos aceptables que poseen los estudiantes en cuanto a la trigonometría y aquellos que necesitan ser reforzados. Las encuestas nos ayudaron a sustentar nuestras preocupaciones iniciales de que existen en los estudiantes algún grado de dificultad en el proceso enseñanza-aprendizaje de la trigonometría.

Los estudiantes presentan dificultades para probar identidades trigonométricas, aplicar la Ley del Seno y La Ley del Coseno en la resolución de un problema, diferenciar entre las funciones recíprocas y las funciones complementarias, seleccionar correctamente la función trigonométrica adecuada en una situación específica, además que es el ángulo la variable en una función trigonométrica.



Para otro lado, los estudiantes tienen una actitud positiva hacia el aprendizaje de la trigonometría, que el proceso metodológico empleado ayudó en alguna forma al aprendizaje, que saben que la trigonometría tiene muchas aplicaciones y poseían las condiciones básicas necesarias para el inicio del estudio de la trigonometría.

Finalmente, los resultados evidencian la necesidad de ofrecer una orientación didáctica sobre algunos conceptos de trigonometría.

AGRADECIMIENTOS

A mi hija Zaira Alexis de Peñafiel por su incansable apoyo, tiempo y paciencia. Igualmente, a mi hija Kenia Alexis por sus opiniones en algunos conceptos.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Ayres Jr, F. (1970). Trigonometría Plana y Esférica. México: Editorial Mc Graw de S. A.

Ley Orgánica de Educación N 34 de 6 de julio de 1995. Título I. Disposiciones Fundamentales. Capítulo I. Principios, Fines y Normas de la Educación Panameña. Artículo 4.

Spiegel, M. & Abellanas, L. (1988). Fórmulas y tablas de matemática aplicada. México: Editorial McGraw-Hill.