

DINÁMICA DE CRECIMIENTO (II PARTE)

Por:

Aurelio Aparicio N.

Departamento de Matemática

RESUMEN

En este trabajo se presentan los resultados obtenidos del análisis de algunos casos de interacción entre dos especies en un sistema ecológico.

Se trataron en particular la depredación y la competición entre dos especies, y a partir de los modelos matemáticos que rigen estos tipos de interacciones, procedimos con el análisis cualitativo de las ecuaciones planteadas.

PALABRAS CLAVES

Amensalismo, exclusión competitiva, capacidad de porte, potencial biótico.

INTRODUCCIÓN

El objetivo fundamental de este trabajo consiste en destacar la importancia del análisis cualitativo de los sistemas no lineales de ecuaciones diferenciales y sus aplicaciones a los problemas ecológicos.

En la primera parte de nuestro trabajo presentamos el caso de interacción entre dos especies pro depredación y planteamos además, que existen otros tipos de acción recíproca entre dos especies que habitan en un mismo sistema ecológico tales como el **Neutralismo**, **Competición**, **Amensalismo**, **Parasitismo** entre otras. Lo cierto es que en el ecosistema, todos los tipos de interacción entre dos especies pueden ser consideradas como acciones recíprocas "**positivas**" o "**negativas**", lo que constituye a nuestro parecer una réplica de la "**Ley de Acción y Reacción**" dentro del mundo de las especies. Lo extraordinario de todo esto es que a fin de lograr la supervivencia, las

especies se organizan de alguna manera para reducir a la mínima expresión las interacciones negativas.

COMPETICIÓN ENTRE ESPECIES

Cuando dos o más especies habitan en un mismo sistema ecológico, es de esperarse que surja entre ellos una competición que afecte directa o indirectamente el crecimiento y la supervivencia de una de las especies.

La interacción competitiva puede ser por espacio, alimentos, luz o cualquier recurso común o bien puede ser, por inhibición directa de cada especie por la otra.

Cuando la competición es tal que produce la separación ecológica de dos especies similares, entonces se tiene el PRINCIPIO DE EXCLUSIÓN COMPETITIVA o *principio de Gause*.

La competición en un sistema ecológico cerrado, donde cada población tiene una capacidad de parte K_1 y K_2 definida, se expresa mediante el modelo matemático.

$$(1) \quad \begin{cases} \dot{N}_1 = \frac{r_1 N_1}{K_1} (K_1 - N_1 - \alpha N_2) \\ \dot{N}_2 = \frac{r_2 N_2}{K_2} (K_2 - \beta N_1) \end{cases}$$

en donde

r_1 y r_2 representan los índices de crecimiento de las poblaciones N_1 y N_2 respectivamente. Por otro lado, α y β son los coeficientes de competición que reflejan el grado de influencia

de una especie sobre la otra. Así, α cuantifica el efecto inhibitor de la especie E_2 sobre la especie E_1 y β el efecto inhibitor de la especie E_1 sobre la especie E_2 .

Cabe destacar que el producto αN_2 en la ecuación (1) representa el número total de sitios de hábitat de la especie E_1 que son ocupados por miembros de la especie E_2 , y el producto βN_1 es el número total de sitios del hábitat de la especie E_2 que son ocupados por miembros de la especie E_1 .

De lo anterior se deduce lo siguiente:

- Si dos especies ocupan nichos ecológicos diferentes, entonces $\alpha = \beta = 0$ y por lo tanto el crecimiento de las poblaciones se ven afectadas por el autohacinamiento de cada una de ellas y no por los efectos perjudiciales entre las dos especies.
- Si dos especies son similares (organismos con hábitos y forma de vida similares) y reclaman el mismo nicho ecológico, entonces $\alpha = \beta = 1$ y se obtiene el modelo matemático

$$(2) \quad \begin{cases} \dot{N}_1 = \frac{r_1 N_1}{K_1} (K_1 - N_1 - \alpha N_2) \\ \dot{N}_2 = \frac{r_2 N_2}{K_2} (K_2 - N_1 - N_2) \end{cases}$$

Efectuando las integraciones indicadas

$$\frac{K_1}{r_1} \int_{t_0}^t \frac{dN_1}{N_1} - \frac{K_2}{r_2} \int_{t_0}^t \frac{dN_2}{N_2} = \int_{t_0}^t (K_1 - K_2) dt$$

y luego asumiendo que $t_0 = 0$ se tiene que

$$(3) \quad N_2(t) = N_2(0) \left[\frac{N_1(t)}{N_1(0)} \right]^{\frac{K_1 r_2}{r_1 K_2}} e^{\frac{r_2}{K_2} (K_2 - K_1) t}$$

De la ecuación (3) se deduce que si $K_1 > K_2$ entonces,

$N_2(t) \xrightarrow{t \rightarrow \infty} K_1$. Por otro lado, demostramos en la primera parte de nuestro trabajo que

$$N_1(t) = \frac{K_1(0)}{N_1(0) + [K_1 - N_1(0)] e^{-r_1 t}} ; \quad N_2(t) = 0$$

es una solución de (2)

y en consecuencia $N_1(t) \xrightarrow{t \rightarrow \infty} K_1$, independientemente del valor de $N_1(0)$.

De lo anterior se deduce que si dos especies E_1 y E_2 son similares y la **capacidad de parte** de la especie E_1 es **mayor que la capacidad de parte** de la especie E_2 , entonces la especie E_2 terminará por extinguirse.

Sin embargo, de acuerdo a estudios realizados por Slobodkin*, las dos especies podrían coexistir si se logra que $\alpha \ll \frac{K_1}{K_2}$ y $\beta \ll \frac{K_2}{K_1}$ en el sistema de ecuaciones diferenciales (1).

En términos matemáticos esto significa que todas las soluciones $N_1(t)$ y $N_2(t)$ de (1) tienden a la solución de equilibrio

$$N_1 = \frac{K_1 - \alpha K_2}{1 - \alpha\beta} \quad \text{y} \quad N_2 = \frac{K_2 - \beta K_1}{1 - \alpha\beta}$$

cuando $\alpha < \frac{K_1}{K_2}$ y $\beta < \frac{K_2}{K_1}$ *

Cabe destacar que un gran número de especies similares comparten recursos comunes en sistemas abiertos de la naturaleza.

DISCUSIÓN

Considerando que en el crecimiento de población interviene una gran cantidad de parámetros o características propias de la

* Odum, Eugene P. *Ecología*. Tercera Edición, pág. 239.

* Esto se logra haciendo $N_1 = 0$, $N_2 = 0$ en la ecuación (1).

población tales como: densidad, natalidad, mortalidad, edad, distribución, potencial biótico, dispersión y otras propiedades genéticas, quizás surja la pregunta ¿cuál será el grado de efectividad de los modelos matemáticos obtenidos? Aceptamos que todos los atributos de la población no podrán ser medidos con precisión y mucho menos en un sistema ecológico abierto.

Sin embargo, en la práctica no es necesario medirlos todos a fin de obtener una idea lo suficientemente aceptable del crecimiento de la población estudiada, ya que existe una estrecha relación entre características de la población, y en consecuencia, una de ellas puede ser calculada a partir de otra.

Además, para garantizar la efectividad del modelo matemático disponemos ahora de nuevos instrumentos formales, y poderosos aparatos electrónicos que mejoran significativamente el realismo, precisión y generalidad del modelo, mejorando así la predicción de cambio con respecto al tiempo.

CONCLUSIONES

1. La competencia entre dos especies puede ser directa o indirecta dependiendo de las causas que la producen. En el caso de una interacción competitiva directa las dos poblaciones se cohiben mutuamente, mientras que, en la indirecta cada población perjudica a la otra en la lucha por un recurso común.
2. El índice de crecimiento de población de dos especies que comparten el mismo ecosistema, contemplan tres aspectos fundamentales que son: índice de crecimiento no limitado, efectos de autohacinamiento y efectos perjudiciales de otras especies.
3. En el análisis de la interacción competitiva debemos considerar además de los atributos de las poblaciones, los coeficientes de competencia, ya que de ellos depende en gran parte que se logre la coexistencia entre las especies o bien que se produzca la exclusión competitiva.
4. Dos especies podrían coexistir, si los coeficientes de competencia son muy pequeños respecto a las razones de las capacidades de porte.
5. En la naturaleza, las especies similares suelen ocupar áreas geográficas distintas sin embargo, se puede dar el caso de que habiten en lugares diferentes dentro de la misma área.
6. Si dos especies habitan en lugares diferentes dentro de una misma área, las mismas realizan un proceso de adaptación a fin de minimizar los efectos de competencia estableciendo diferencias en sus actividades cotidianas y en materia de la adquisición y consumo de alimentos, en este caso, las especies podrían sufrir algunos cambios morfológicos. Cabe señalar que cuando las especies se ven amenazadas por la presencia de un depredador, las mismas se unen para combatir a fin de conservar la supervivencia.

BIBLIOGRAFÍA

1. SUTTON, DAVID, B. -1994- "Fundamentos de Ecología" Limusa, W. México.
2. BROUN, MARTIN -1990- "Ecuaciones Diferenciales y sus Aplicaciones". Edición Original en Inglés.
3. ODUM, EUGENE, P. -1985- "Fundamentos de Ecología". Interamericana México.
4. SOBERON, MONTEIRO, JORGE. -1989- "Ecología de Poblaciones" Sep, Fondo de Cultura Económica México.
5. RABINOVICH, JORGE -1978- "Ecología de Poblaciones" Washington.
6. APARICIO, AURELIO. Dinámica de Crecimiento, TECNOCENCIA-1997. Revista Científica de la Facultad de Ciencias Naturales, Exactas y Tecnología - Editorial Universitaria.

