SOBRE LA CARDINALIDAD DE LOS AUTÓMATAS FINITOS

Por
Julio A. Vallarino R.
Departamento de Matemática.

RESUMEN

En el presente artículo se desarrolla una expresión que permite establecer el número de autómatas finitos deterministas con conjunto de estados S y alfabeto Σ

Palabras claves: Autómatas finitos deterministas, Cardinalidad, Principio de conteo.

Sea M la familia de autónomas finitos deterministas con conjunto de estados S (o S-conjunto de estados) y alfabeto Σ (o Σ-alfabeto).

Ahora bien, cada autómata de la familia M podemos caracterizarlo unívocamente por dos de sus elementos constitutivos a saber:

1. Su F-conjunto de estados de aceptación.
2. Su δ-función de transiciones. (ó su T-diagrama de transiciones)

Así, el cardinal de M resultará ser el producto del cardinal de la familia de los F-conjuntos de estados de aceptación por el cardinal de la familia de T-diagramas de transiciones de los autómatas finitos deterministas de M.

Para calcular el cardinal de la familia de los F-conjuntos de estados de aceptación de los autómatas finitos deterministas de M, recordemos que todo F-conjunto de estados de aceptación es un subconjunto del S-conjunto de los estados, esto es $F \subseteq S$ y además, $\Phi \subseteq S$ no es un F-conjunto de estados de aceptación de ningún autómata finito determinista.

Luego, el cardinal de la familia de los F-conjuntos de estados de aceptación de los autómatas finitos deterministas de M es:

$$\text{card}\,[P(S)]-1$$

Para calcular el cardinal de la familia de T-diagramas de transiciones de los autómatas deterministas de M, bastará examinar el número posible de rutas que se pueden definir en un autómata finito determinista con card(Σ)-estados, cada uno de los cuales deberá ser origen de card(Σ)-arcos.

Como el número posible de trayectorias simultaneas de los card(Σ)-arcos es igual para cada estado de S, sólo necesitamos calcular este número en un estado particular (el estado inicial por ejemplo) con lo que, el número de rutas (o T-diagramas de transiciones) será card(S)-potencia de ese valor.

Ahora bien, ubicados en un estado fijo particular (el estado inicial por ejemplo) y considerándolo como origen de cada uno de los card(Σ)-arcos, observemos que cada uno de ellos posee a todos los estados del autómata finito determinista como potencial destino, entonces, cada uno de los card(Σ)-arcos posee card(S)-trayectorias posibles.

Como quiera que las trayectorias de arcos diferentes son independientes entre sí, entonces, el número posible de trayectorias para los card(Σ)-arcos simultaneamente en un estado fijo es:

$$\underbrace{card(S)\ card(S) \ldots card(S)}_{\text{card}(\Sigma)\text{-factores}} = card(S)^{card(\Sigma)}$$

Luego, el número de rutas (o T-diagramas de transiciones) que podemos definir en autómata finito determinista con card(S)-estados y card(Σ)-arcos es:

$$[card(S)^{card(\Sigma)}]^{card(S)} = card(S)^{card(\Sigma) card(S)}$$

Finalmente, el número de autómatas finitos deterministas con card(S)-estados y card(Σ)-arcos, esto es, card(M) es:

$$Card(M) = [card[P(S)] - 1] \times card(S)^{card(\Sigma)\ card(S)}$$

BIBLIOGRAFÍA

1. **Brookshear, J. Glenn-1993**. "Lenguajes formales, autómatas y complejidad". Addison-Wesley Iberoamérica.

2. **Alfonseca, Manuel. Et al-1990**. "Teoría de Lenguajes, Gramáticas y Autómatas". Ediciones Universidad y Cultura.